# 会　議　印　象　記

## 印象記：4月11日(1)

松本幸夫（東京大学）

4月11日 Section A では，W. Browder, R. Bott, D. Sullivan, S. Morita, C. T. C. Wall による5つの講演が行われた．以下にその概略を記します．

**W. Browder, Perspectives in surgery theory.**

$X$ を Poincaré duality をみたす空間とする．$X$ と同じホモトピー型をもつ多様体(微分可能または PL)はどれくらい存在するか？　という surgery 理論の概説であった．ポアンカレ複体の定義に始まり，surgery 完全系列，normal 不変量，Kervaire 不変量の説明，さらに Wall 群に関する最近の結果の紹介等があった．

Kervaire 不変量の研究は教授の興味の中心と思われ，それに関してはやや詳しい解説がなされた．Kervaire 不変量は本来 normal 写像 $M^{2q}\to X^{2q}$ に depend するものであるが，$M^{2q}$, $X^{2q}$ に '$Wu(q+1)$-orientations' $\gamma$, $\omega$ が与えられていると，写像によらないある不変量 $K$ をつかって，差 $K(M,\gamma)-K(X,\omega)$ の形に書くことができる．$K$ は '$Wu(q+1)$-oriented' な多様体に $\boldsymbol{Z}_2$ の元を対応させるが，その具体的な計算法はよくわかっていない．多様体の normal bundle が自明のとき，$2^m-2$ の形の次元以外では $K=0$ である(W. Browder). この結果は最近 S. Papastavrides(？)とかいう数学者によって，Stiefel-Whitney classes がすべて0でその他に多少の付帯条件をともなった場合に拡張されたそうである．Stiefel-Whitney class が少しずつ現われてくる場合に $K$ を計算せよという問題が open question として提出された．

非単連結 surgery 理論の話題としては，2つの群 $\pi$, $\pi'$ の自由積の Wall 群 $L_n(\pi*\pi')$ が直和 $L_n(\pi)\oplus L_n(\pi')$ に同型か？　という問題がとりあげられた．$\pi,\pi'$ が order 2の元を含まなければ肯定的(R. Lee, S. Cappell)であるが，order 2 の元が含まれている時には反例がある．(S. Cappell). 実際，$L_{4k+2}(\boldsymbol{Z}_2*\boldsymbol{Z})$ の，$L_{4k+2}(\boldsymbol{Z}_2)\oplus L_{4k+2}(\boldsymbol{Z})$ による剰余群は無限生成になる．

最後に群作用をともなう同変 surgery と，stratified sets への surgery 理論の拡張についての話があったが，このあたりはまだほんの試みの段階という感じであった．

**R. Bott, On continuous cohomology.**

多様体上の葉層構造(Foliation)には，従来の Pontrjagin 類，Chern 類といった特性類の他に，exotic 特性類の名でよばれる特性類がともなう．数年前 Godbillon-Vey と Rousarie によって最初の non-trivial な例が発見されて以来，それらがにわかに注目されるようになった．この特性類の研究に関連して，多様体上のベクトル場のつくる Lie 環のコホモロジー，いわゆる Gelfand-Fuks のコホモロジーの研究は重要な意味をもっている．

この講演では，'連続コホモロジー理論' なる観点に立つことによって，この Gelfand-Fuks のコホモロジーや，古典的な Van Est の Lie 群のコホモロジー理論等が統一的に見透しよく扱えることが話された．Van Est の古典的な Lie 群の連続コホモロジーは，Lie 群 $G$ の抽象群としての cochain であって $G$ の位相に関して連続なものから計算されるコホモロジーのことである(記号：$H_c^*(G^\delta, G)$). Van Est の結果はこれが $G$ の極大コンパクト部分群 $K$ による商空間 $G/K$ 上の $G$ 不変な微分形式のコホモロジー $H^*(\mathfrak{G}, K)$ に同型になるというものであった．

さて Bott 教授は任意の空間 $X$ に2つの topologies $X, X^\delta$ があれば，連続コホモロジー $H_c^*(X^\delta/X)$ が定義できると主張する(ここで 'identity'：$X^\delta\to X$ は連続とする). Van Est の連続コホモロジーは，$G$ に discrete 位相を入れたもの $G^\delta$ の分類空間 $BG^\delta$ と，通常の分類空間 $BG$ との2つの位相空間によって定まる連続コモロジー $H_c^*(BG^\delta/BG)$ と解釈できる，というわけである．Bott 教授はこれを Lie 群より一般な，'Lie Category' にまで拡張する．

$\Gamma_q$ をつぎのような Lie category とする．$\Gamma_q$ の objects は $q$ 次元ユークリッド空間の点，morphisms は点 $p$ を点 $p'$ に移す局所微分同相の germs とする．$\Gamma_q$ には2つの位相が入る．ひとつは $\boldsymbol{R}^q$ の自然な位相から導かれる sheaf topology $\Gamma_q{}^\delta$ であり(普通は，この $\Gamma_q{}^\delta$ の方が $\Gamma_q$ と書かれるようであるが)，もうひとつは 'flabby topology' $\Gamma_q$ である．後者の位相の定め方は正確にのべられなかったが，だいたい，$\boldsymbol{R}^q$ の局所微分同相の $\infty$-jets に対応するもののようである．

**定理**(Haefliger-Bott). 上の2つの位相に関する連続コホモロジー $H_c^*(\Gamma_q{}^\delta, \Gamma_q)$ は，Gelfand-Fuks のコホモロジー $H^*(\mathfrak{A}_q, O_q)$ に同型になる．

ここに $H^*(\mathfrak{A}_q, O_q)$は $\boldsymbol{R}^q$ 上の形式的ベクトル場全体 $\mathfrak{A}_q$ 上の交代形式で，直交群 $O_q$ で不変なもの(正確には $O_q$-basic なもの)から計算されるコホモロジーである.

この定理が前にのべた Van Est の結果のひとつの拡張になっている.

この定理の証明も，古典的 Van Est の定理の別証明も，各 stage が manifold であるような s.s 複体, 例えば,

$$G/K \leftleftarrows G/K \times G \,\underleftarrow{\leftleftarrows}\, G/K \times G \times G \cdots$$

を使って統一的にできる.このような s.s 複体を考え,それに de Rham の理論を適用していくという technique がこの講演の中心的な方法であった.

(講演内容もさることながら Bott 教授の鷹のような風貌が何よりも印象的であった.)

**D. Sullivan, Differential forms and the topology of manifolds.**

微分可能多様体上に微分形式全体からなる de Rham 複体が考えられるように，三角形分割をもつ空間 $X$ 上に de Rham 複体を定義し，それによって $X$ のホモトピー型を計算するという話であった.

$X$ の各単体 $\tau$ に，その頂点達の張る affine 空間上の有理数係数多項式の微分形式 $\omega_\tau$ を対応させ，単体 $\sigma$ が $\tau$ の辺単体であれば $\omega_\sigma$ は $\omega_\tau$ の制限になっているという条件をつける．こうして $X$ 上の微分形式 $\omega=\{\omega_\tau\}$ が定義される．その全体 $\mathcal{E}_X$ は $X$ の de Rham 複体とよばれる．次の de Rham の定理の類似がなりたつ.

**定理.** $\mathcal{E}_X$ は微分 $d$ をもった有階可換な多元環であり，そのコホモロジー環は $X$ の有理係数コホモロジー環に同型である.

さて，$\mathcal{E}_X$ の極小モデルとは微分 $d$ をもつ有理数係数の外積代数 $\Lambda(x_1, x_2, \cdots)$ と写像 $\rho: \Lambda(x_1, x_2, \cdots) \to \mathcal{E}_X$ であって

(1) $\rho$ はコホモロジー環の同型をひきおこし,

(2) 生成元 $x_i$ に対して $dx_i$ は $x_{j_1} \wedge \cdots \wedge x_{j_r}$ ($\deg x_{j_k} < \deg x_i$) の和,

の2条件をみたすものをいう.

**定理.** de Rham 複体 $\mathcal{E}_X$ の極小モデル $\Lambda(x_1, x_2, \cdots)$ は低い次元から帰納的に構成できて一意的である．そして単連結空間の有理ホモトピー型は極小モデルの同型類と1対1に対応する.

とくに $\pi_i(X)$ の rank, Hurewicz 写像 $\pi_i(X) \to H_i(X)$ の rank, $X$ の Whitehead 積などは極小モデルから決定される．例えば $\pi_i(X)$ の rank は degree$=i$ の生成元の個数に等しい．要するに，極小モデルは空間の(有理)ホモトピー型の，簡単な代数的モデルになっている.

**例.** 2次元球面 $S^2$ の極小モデル.

$\Lambda(x, y)$ : $\deg x=2$, $\deg y=3$, $dx=0$, $dy=x^2$.

$x, y$ はそれぞれ $\pi_2(S^2) \cong \boldsymbol{Z}$, $\pi_3(S^2) \cong \boldsymbol{Z}$ に対応している.

微分可能多様体上には古典的な de Rham 複体があるが，それからきまる実係数の極小モデルは，はじめに定義した $\mathcal{E}_X$ の有理数係数の極小モデルに $\boldsymbol{R}$ を tensor したものに同型である．したがって古典的な de Rham 複体から単連結微分可能多様体の実ホモトピー型を決定することができる.

単連結でない多様体では 1-forms と 2-forms をつかって，ある巾零 Lie 群の tower

$$\to N_k \to N_{k-1} \to \cdots \to N_1$$

が構成され，基本群 $\pi_1$ の巾零な商群 $\Gamma_k = \pi_1/[\pi_1, \cdots, \pi_1]$ が対応する $N_k$ の中に discrete 部分群として(torsion を無視すれば)埋め込まれる．そして path にそったある積分が存在して，写像 $M \to N_k/\Gamma_k$ が得られる．これは古典的な 'Jacobian' の拡張になっている(non-abelian periods).

多様体に Riemann 計量が与えられているときは，Hodge 分解をつかった実極小モデルの標準的構成法が存在し，とくに Kähler 多様体では，実極小モデルがその実コホモロジー環から完全にきまってしまう．このことから Kähler 多様体の automorphism の '実ホモトピー類'は，実係数コホモロジーへの作用によって決定されることがわかる.

その他に，多様体上の closed curves 全体のなす空間の極小モデルを計算する話などがあった.

多様体のトポロジーからホモトピー論にまたがる大きくて新鮮で，しかも本質的な idea が提出されたという印象が残った.

**S. Morita, Smoothability of PL manifolds is not topologically invariant.**

位相多様体 $M$ とその2つの PL 分割 $M_\alpha, M_\beta$ が与えられ，$M_\alpha$ が smoothable のとき，$M_\beta$ も smoothable かという問題が提起され，次の定理が証明された.

**定理 1.** 答は一般には否定的である．22次元以上の各次元に，smooth 多様体 $M_\alpha$ とそれに同相な PL 多様体 $M_\beta$ があって，$M_\beta$ は決して smoothable ではない.

**定理 2.** 9次元以下では smoothability は位相不変である.

位相多様体としての 'identity' : $M_\beta \to M_\alpha$ は，その normal 不変量として $H^4(M: \boldsymbol{Z}_2)$ の order 2 の元 $x_\beta$ を定めるが，いま仮りに，この元 $x_\beta=0$ とすると，十分大

なる $k$ について

$$M_\beta \times \boldsymbol{R}^k \cong M_\alpha \times \boldsymbol{R}^k \quad \text{(PL 同相)}$$

となる．このようなときには，Cairns-Hirsch の定理から $M_\alpha$ と $M_\beta$ の smoothability は同値になる．

しかし一般には $x_\beta=0$ ではない．上の2つの定理の証明は，この元 $x_\beta$ のホモトピー論的な性質を追求することによってなされる．

もし $M_\beta$ が PL 構造に compatible な smoothing をもてば $M$ 上に '2-adic spin vector bundle' $\xi$ が存在して，$q(\xi)=x_\beta$ となる．ここに $q\in H^4(B\,\mathrm{spin}_2^\wedge:\hat{\boldsymbol{Z}}_2)$ は $(1/2)p_1$.

これと，$B\,\mathrm{spin}_2^\wedge$ の2ばんめの $k$ 不変量が

$$q\,sq^2q+sq^4sq^2q+sq^2r \quad \left(\text{ただし } r=\frac{q^2-p_2}{2}\right)$$

であることから，$M_\beta$ が smoothable の必要条件として，

$$x_\beta sq^2x_\beta+sq^4sq^2x_\beta+sq^2y=0$$

を満たす $y\in H^8(M:\boldsymbol{Z}_2)$ が存在しなければならないことがわかる．22 次元以上での反例は $TOP/PL=K(\boldsymbol{Z}_2,3)$ の 10-skeleton をユークリッド空間にうめこんで，その smooth 正則近傍の double をとって構成される．そのような多様体は上の必要条件をみたさないことがわかるからである．上の議論の系として，$M_\alpha\times\boldsymbol{R}^k\cong M_\beta\times\boldsymbol{R}^k$ とは決してならない，互いに位相同型な多様体 $M_\alpha, M_\beta$ が構成されたが，これも興味深いことである．

これらの証明は，空間の '局所化'，'完備化'，'Galois Symmetry' 等を含んだ Sullivan 理論の思想に基づき，精力的な計算を実行しつつ遂行される．講演者の並々ならぬ力量を示した好講演であった．

**C. T. C. Wall, Periodicity in algebraic *L*-theory.**

講演は最近 Wall 教授の展開しつつある代数的 $L$-理論に関するものであった．Wall 教授は surgery 理論の研究に際して，いわゆる Wall 群とよばれる Abel 群 $L_n(\pi)$ を導入したが，その定義にあらわれた 'form を持つ加群' の理論を系統的に展開して，代数的 $K$-理論の向うをはった代数的 $L$-理論を構成しようとしているようである．

$A$ を anti-automorph $\alpha:A\to A$ をもつ環，$u$ をひとつの unit とする．$M$ を有限生成右 $A$-加群とするとき，$M$ 上の sesqui-linear form $\varphi:M\times M\to A$ とは $\varphi(mr,ns)=r^\alpha\varphi(m,n)s\ (r,s\in A,\ m,n\in M)$ をみたす biadditive な写像である．$\varphi$ に対して sesqui-linear form $T_u\varphi$ を $T_u\varphi(m,n)=\varphi(n,m)^\alpha u$ と定義すると，$M$ 上の sesqui-linear forms 全体の集合 $S_\alpha(M)$ からそれ自身への homomorphism $T_u:S_\alpha(M)\to S_\alpha(M)$ が得られる．Ker$(1-T_u)$ の元 $\varphi$ を Hermitian とよび，$\varphi$ を Coker$(1-T_u)$ の元と考えたとき Quadratic form とよぶ．これらは偶数次元多様体の intersection form の抽象化である．

また，Quadratic form $(M,\varphi)$ と，$M$ の2つの subkernels (isotropic submodules) $F, G$ の三対 $(M;F,G)$ を formation とよぶ．これは奇数次元多様体の surgery にあらわれる．

これらの定義から出発して代数的 L-理論を構成していくわけであるが，今回は L-理論と K-理論との関係を記述する Karoubi の予想とよばれるものを中心に，それに関連する種々の結果が述べられた（ようである）．しかし全体的な趣旨は必ずしも明解ではなかった．有限体，局所体，代数的数体上での L-理論の話や，fiber square に対する Mayer-Vietoris 系列など，実にめまぐるしくいろいろなものが登場したという記憶しかない．ただ Wall 教授のいつもながらの精力的な研究に圧倒されたのみである．Sullivan とならんで最も強い印象をうけた数学者の一人であった．

## 印象記：4月11日(2)

上野健爾（東京大学）

第一日目，B会場における講演．

第一日目には Spencer, Hironaka, Nakano, Ueno, Kobayashi による5つの講演が行われた．

以下講演内容を簡単に記す．

**D. C. Spencer, Construction of complexes for Lie equations.**

$T$ を $n$ 次元微分可能多様体 $X$ の tangent bundle, $T^*$ をその dual とする．この時 Frölich-Nijenhuis 複体と呼ばれる完全列

$$0\to \underline{T}\xrightarrow{\mathcal{L}}\mathcal{D}_{ex}^0\wedge \underline{T}^*\xrightarrow{[d,\,]}\mathcal{D}_{ex}^1\wedge\underline{T}^*\xrightarrow{[d,\,]}\cdots\cdots\xrightarrow{[d,\,]}\mathcal{D}_{ex}^n\wedge\underline{T}^*\to 0.$$

が存在する．この複体を特別な場合として含む複体およびそれに対応する非線型複体の構成が Kumpera, Spencer, Lie Equations, volume I General theory (Ann. Math. Studies 73) でなされている (p. 245～p. 247 参照)．本講演ではこれら複体の構成を Kumepra-Spencer とは別の方法でより直接的にできることが示された．$X$ の幾何学的構造およびその変形とこれらの複体との関係は上述の Kumpera-Spencer の Introduction に詳しく述べられている．

**H. Hironaka, Flattening of complex-analytic maps.**

$f: X \longrightarrow Y$ を解析空間の間の正則射とする．$(Y', \pi)$ を $Y$ の部分解析空間 $D$ を中心とする blowing-up, $(X', p)$ を $f^{-1}(D)$ を中心とする $X$ の blowing-up とする．この時自然に正則射 $f': X' \longrightarrow Y'$ が存在し $f \cdot p = \pi \cdot f'$ となる．

**定理**(proper flattening). $f: X \longrightarrow Y$ は**固有**正則射とする．さらに $Y$ は reduced かつ第二可算公理を満たすとする．この時 $\pi: Y' \longrightarrow Y$ は $Y$ 得られ上局所有限な blowing-ups の列よりる正則射で(すなわち任意の点 $y \in Y$ に対して適当な近傍 $U$ があり，$\pi|_{\pi^{-1}(U)}: \pi^{-1}(U) \longrightarrow U$ は有限回の blowing-ups より得られる正則射となっている.)次の条件を満たすものが存在する．

$$\begin{tikzcd} X \arrow[d, "f"'] & X' \arrow[l, "p"'] \arrow[d, "f'"] \\ Y & Y' \arrow[l, "\pi"'] \end{tikzcd}$$

**条件**. $p: X' \longrightarrow X$ を上に述べたように $\pi: Y' \longrightarrow Y$ に対応してできる $X$ の blowing-ups の列よりできた正則射とする．この時 $f': X' \longrightarrow Y'$ は **flat** である．

この定理を $f$ が固有射でない時に拡張するために $Y$ の local blowing-up を次のように定義する．$U$ は $Y$ の開部分解析空間, $E$ は $U$ の閉部分解析空間, $\pi': Y' \longrightarrow U$ は $E$ を中心とする blowing-up より得られる正則射, $\pi: Y' \longrightarrow Y$ は $Y' \xrightarrow{\pi'} U \hookrightarrow Y$ なる合成射とする時, $(U, E, \pi)$ を $Y$ の $E$ を中心とする local blowing-up と呼ぶ．

**定理**(non-proper flattening). $f: X \longrightarrow Y$ を必ずしも固有とは限らない正則射, $Y$ は reduced とする，$X$ の任意の点 $x$ に対して次の条件を満たす有限個の local blowing-ups の列 $S^{(\alpha)} \alpha = 1, 2, \cdots, m$ が存在する．

**条件**. ① $S^{(\alpha)}$ に現われる local blowing-ups の中心は ambient space の中で nowhere-dense.

② $\pi^{(\alpha)}: Y^{(\alpha)} \longrightarrow Y$ は $S^{(\alpha)}$ 内の local blowing-ups よりできる正則射を合成したものとする．この時 $Y^{(\alpha)}$ の compact set $K^{(\alpha)}$ で $\bigcup_{\alpha=1}^{m} \pi^{(\alpha)}(K^{(\alpha)})$ は $f(x)$ の $Y$ での近傍となるものが存在する．

③ $p^{(\alpha)}: X^{(\alpha)} \longrightarrow X$ は $\pi^{(\alpha)}: Y^{(\alpha)} \longrightarrow Y$ より最初に述べたようにしてできる local blowing-ups よりできる正則射, $f^{(\alpha)}: X^{(\alpha)} \longrightarrow Y^{(\alpha)}$ は $f \circ p^{(\alpha)} = \pi^{(\alpha)} \circ f^{(\alpha)}$ となる local blowing-ups より自然に定まる正則射とする．この時 $f^{(\alpha)}: X^{(\alpha)} \longrightarrow Y^{(\alpha)}$ は **flat.**

$$\begin{tikzcd} X \arrow[d, "f"'] & X^{(\alpha)} \arrow[l, "p(\alpha)"'] \arrow[d, "f^{(\alpha)}"] \\ Y & Y^{(\alpha)} \arrow[l, "\pi(\alpha)"'] \end{tikzcd}$$

local blowing-up の方法は real-subanalytic set の理論にも重要な応用がある．

**S. Nakano, On weakly 1-complete manifolds.**

$X$ は複素多様体, $\varphi$ は $X$ 上の多重劣調和函数とする．任意の $c \in \boldsymbol{R}$ に対して

$$X_c = \{x \in X \mid \varphi(x) < c\}$$

が compact または空集合となる時, $X$ を($\varphi$ に関して) weakly 1-complete と呼ぶ．以下 $X$ はすべて weakly 1-complete とする．

**定理**. $B$ を $X$ 上の positive line bundle とすると

$$H^q(X, \Omega^n(B)) = 0, \quad q \geqq 1$$

が成立する．ここで $n = \dim_{\boldsymbol{C}} X$.

**定理**. $E$ を $X$ 上の強い意味での positive holomorphic vector bundule とする．(すなわち S. Nakano, On complex analytic vector bundles, J. Math. Soc. Japan, **60** (1954) で定義された意味で positive) この時

$$H^q(X_c, \Omega^n(E)) = 0, \quad q \geqq 1, \quad c \in \boldsymbol{R}.$$

が成立する．ここで $n = \dim_{\boldsymbol{C}} X$.

さて最初の定理の応用として Monoidal 変換の逆問題を解くことができる．$\pi: S \longrightarrow M$ は $\boldsymbol{P}^{r-1}$ をファイバーとする複素多様体 $M$ 上の解析的 fibre fundle とし，さらに $S$ は複素多様体 $Y$ の余次元 1 の部分多様体とする．$S$ に対応する line bundle $[S]$ を $\pi^{-1}(a)$, $a \in M$ に制限したものが常に $[H_{\boldsymbol{P}^{r-1}}]^{-1}$ と同型とする．ここで $[H_{\boldsymbol{P}^{r-1}}]$ は $\boldsymbol{P}^{r-1}$ の超平面切断よりできる line fundle. すると $M$ を複素部分多様体として含む複素多様体 $\hat{Y}$ および固有正則射 $f: Y \longrightarrow \hat{Y}$ が存在し, $f(S) = M$ かつ $f$ は $Y - S$ と $\hat{Y} - M$ との同型を与える．

また他の応用として weakly 1-complete 複素多様体 $X$ が positive line bundle $B$ を持てば任意の $c \in \boldsymbol{R}$ に対して $X_c$ は複素射影空間の中に局所閉複素部分多様体として埋め込むことができる．また同様の仮定のもとで任意の holomorphic vector bundle $E$ と任意の $c \in \boldsymbol{R}$ に対して正整数 $m_0$ が存在して

$$H^q(X_c, \mathcal{O}(E \otimes B^m)) = 0, \quad q \geqq 1, \quad m \geqq m_0$$

が成り立つ．

**K. Ueno, Classification of algebraic varieties.**

以下，代数多様体はすべて $\boldsymbol{C}$ 上定義され既約かつ完備であるとする．$V$ を非特異代数多様体, $K_V$, $\Omega_V^1$ をそれぞれ $V$ の canonical line bundle, 正則一次型式の芽の作る層とする．さて $V$ の双有理不変量 $m$-種数 $P_m(V)$, 不正則数 $q(V)$ を

$$P_m(V) = \dim_{\boldsymbol{C}} H^0(V, \mathcal{O}(mK)), \quad m = 1, 2, \cdots$$
$$q(V) = \dim_{\boldsymbol{C}} H^0(V, \Omega_V^1)$$

で定める．また $P_1(V)$ を $p_g(V)$ と書いて $V$ の幾何種数と言う．さらに $\boldsymbol{N}(V) = \{m > 0 \mid P_m(V) > 0\}$ とおく．任意の $m \in \boldsymbol{N}(V)$ に対して有理写像 $\Phi_{mK}: V \longrightarrow \boldsymbol{P}^N$ を

$$\begin{array}{rl}\Phi_{m,K}: & V \longrightarrow \boldsymbol{P}^N \\ & \ \,\Cup \qquad\quad \Cup \\ & z \longrightarrow (\varphi_0(z);\ \varphi_1(z);\ \cdots;\ \varphi_N(z))\end{array}$$

で定める．ここで $\{\varphi_0, \varphi_1, \cdots, \varphi_N\}$ は $H^0(V, \mathcal{O}(mK))$ の底．さて $V$ の小平次元 $\kappa(V)$ は

$$\kappa(V)=\begin{cases}\max\limits_{m\in N(V)} \dim \Phi_{mK}(V), & N(V)\neq\phi \text{ の時}\\ -\infty & N(V)=\phi \text{ の時}\end{cases}$$

と定める．また $V$ が特異点を持つ時は，

$P_m(V)=P_m(V^*)$, $q(V)=q(V^*)$, $\kappa(V)=\kappa(V^*)$ と定める．ここで $V^*$ は $V$ の非特異モデル．これらはすべて $V$ の双有理不変量．

**定理**．$B$ はアーベル多様体 $A$ の部分多様体とする．この時次の条件は同値

① $p_g(B)=1$,　② $\kappa(B)=1$,　③ $q(B)=\dim B$

④ $B$ は $A$ のアーベル部分多様体 $A_1$ より $a\in A$ だけ平行移動したもの．

**定理**．$B$ はアーベル多様体 $A$ の部分多様体かつ $\kappa(B)>0$ とする．この時 $A$ および $B$ の有限不分岐被覆 $\tilde{A}, \tilde{B}$ $A$ のアーベル部分多様体 $A_1$ および $\tilde{A}$ の部分多様体 $W$ が存在して

$$\tilde{B}=A_1\times W$$
$$\kappa(W)=\dim W=\kappa(B)$$

が成り立つ．

これらの定理より $q(V)>0$ の時，$V$ のアルバネーズ写像 $\alpha: V\longrightarrow \mathrm{Alb}(V)$ の像について十分な情報が得られる．特に $\alpha$ が全射 $\Longleftrightarrow \kappa(\alpha(V))=0$．その他の時は常に $\kappa(\alpha(V))>0$.

これらの事実より，代数多様体の全射正則射像 $f: V\longrightarrow W$ かつファイバーが連結となる時の $\kappa(V)$ と $\kappa(W)$ および $f$ の一般ファイバー $V_w$ の小平次元との関係が問題となる．これに関しては

$$\kappa(V)\geqq \kappa(V_w)+\kappa(W)$$

なる予想がある．この予想は次の場合正しい．

ⓐ $f: V\longrightarrow W$ が代数多様体 $F$ をファイバーとし $\mathrm{Aut}(F)$ を構造群とする解析的 fibre bundle の時(Nakamura, Ueno).

ⓑ $f: V\longrightarrow W$ の一般ファイバーは楕円曲線で $W$ の各点で $f$ は局所的に meromorphic section をもつ．

ⓒ $f: V\longrightarrow W$ の一般ファイバーは正規偏曲アーベル曲面．

**S. Kobayashi, On hyperbolic complex spaces and extension problems.**

Hyperbolic complex space, Picard の定理および正則写像の拡張定理をめぐる総合報告がなされた．すでに氏自身による教科書 Hyperbolic manifolds and holomorphic mappings, Dekker, Inc. New York, 1970 があらわされており，ここでは印象に残った定理を二，三記すにとどめる．

$M$ を解析空間，$d_M$ は小林擬距離とする．$d_M$ が距離を与える時 $M$ を hyperbolic と言う．さらに $M$ が解析空間 $Y$ に部分解析空間として hyperbolically imbedded とは，$M$ の $Y$ 内での閉包 $\overline{M}$ の任意の2点 $p, q$ に対して $d_M(V_p\cap M, V_q\cap M)>0$ を満足する $p, q$ の $Y$ 内での適当な近傍 $V_p, V_q$ が存在することを言う．

**定理**(the principle of Picard's great theorem). $X$ は複素多様体 $A$ は $X$ の部分解析空間で特異点は高々 normally crossing とする．$M$ は解析空間 $Y$ に hyperbolically imbedded とする．この時任意の正則写像 $f: X-A\longrightarrow M$ は正則写像 $f: X\longrightarrow Y$ に拡張できる．

**定理**(Kobayashi, Ochiai). $\mathscr{D}$ は有界対称領域，$\Gamma$ は $\mathscr{D}$ の解析的自己同型群の連結成分 $\mathrm{Aut}^0(\mathscr{D})$ の arithmetically defined discrete subgroup とする．さらに $\Gamma$ は固定点を持たないとする．$(\mathscr{D}/\Gamma)^*$ を $\mathscr{D}/\Gamma$ の Satake compact 化とすると，$\mathscr{D}/\Gamma$ は $(\mathscr{D}/\Gamma)^*$ に hyperbolically imbedded.

**定理**(Dufresnoy). $M$ は $\boldsymbol{P}_C^n$ より $2n+1$ 個の相異なる超平面を除いたものとすると $M$ は $\boldsymbol{P}_C^n$ に hyperbolically imbedded.

なお $\boldsymbol{P}_C^n$ から何枚かの超平面を除いた空間 $M$ はすでに Bloch が Ann. de l'Ecole Norm. Sup., **43** (1926) で詳しい研究をしていることが指摘された．

**講演後**　$g$ 次の Siegel 上半平面 $\mathfrak{S}_g, \Gamma_g(\lambda)=Sp(g, \boldsymbol{Z})$ $(\lambda)$ を階数 $\lambda\geqq 3$ の合同部分群, $\mathscr{M}(\Gamma_g(\lambda))$ を $\mathfrak{S}_g/\Gamma_g(\lambda)$ の Satake compact 化 $(\mathfrak{S}_g/\Gamma_g(\lambda))^*$ の boundary の定義イデアルに沿っての Monoidal 変換より得られる Igusa compact 化とする時, $\mathfrak{S}_g/\Gamma_g(\lambda)$ は $\mathscr{M}(\Gamma_g(\lambda))$ に hyperbolically imbedded かという質問が出された．翌日次の定理を使うことにより，質問は否定的であることが掲示で解答された．

**定理**(Kiernan, Kobayashi). $X=(\mathscr{D}/\Gamma)^*$ は上述の通りとし，$A$ は $X$ の boundary すなわち $X-\mathscr{D}/\Gamma=A$ とする．$M$ は解析空間 $Y$ に hyperbolically imbedded とすると $f: X-A=\mathscr{D}/\Gamma\longrightarrow M$ なる正則写像は $f: X\longrightarrow Y$ なる正則写像に拡張される．

## 印象記：4月12日(1)

加藤十吉（東京大学）

### ‘特異点の日’

第1日目は一般多様体論に集中していたが，第2日目は‘特異点の日’ともいうべき，超曲面の特異点論に終始した．講演は複素超曲面の特異点の近代的研究を促した **E. Brieskorn** 氏によってはじめられた．

$Y\subset \boldsymbol{C}^N$ を完全交叉とし，原点 $\mathbf{0}$ が $Y$ の孤立特異点であるとする．解析的写像 $f: Y\longrightarrow \boldsymbol{C}^k$ が与えられ，$f(\mathbf{0})=0$ とする．$X_0=f^{-1}(0)$, $X=\{x\in Y\,|\,\|x\|<\varepsilon, \|f(x)\|<\delta\}$ とおこう．$f$ は $X_0-\{\mathbf{0}\}$ 上特異点をもたないとする．$S=\{t\in \boldsymbol{C}^k\,|\,\|t\|<\delta\}$ とおいて，$D$ を $S$ における $f$ の discriminant 超曲面とする．そして，$S'=S-D, X'=X-f^{-1}(D)$ とおき，$f$ の制限を再び $f: X'\longrightarrow S'$ とすれば，次の定理が成立する．

**定理1.** 1) $f: X'\longrightarrow S'$ は局所自明束である．

2) (Milnor-Hamm). 各 $s(\in S')$ 上のファイバーを $X_s$ とすれば，$X_s$ は $\mu$ 個の $n$ 次元球面の1点和 $S^n\vee S^n\vee\cdots\vee S^n$ と同じホモトピー型である．(ここでは $\mu$ を Milnor 不変量と呼ぼう.) ただし，$n=\dim_{\boldsymbol{C}} X_0$.

この事実から次の問題が生ずる．

**問題.** (1)　$H_n(X_s)$ のベッチ数 $\mu$ をしらべよ．

(2)　モノドロミー表現 $\rho: \pi_1(S_1)\to \mathrm{Aut}(H^n(X_s))$ を決定せよ．

(3)　$H^n(X_s)$ 上の交叉2次形式を求めよ．

この講演では(1)に関する結果が述べられた．

$X_s$ は Stein であるから，De Rahm 複体 $\Omega^{\cdot}(X)$ に対し，$H^p(X_s, \boldsymbol{C})\cong H^p(\Omega^{\cdot}(X_s))$ が成立する．相対 De Rahm 複体を $\Omega^{\cdot}{}_{X/S}$ とし，$\mathcal{H}^p(X/S)=H^p(f_*, \Omega^{\cdot}{}_{X/S})$ と定義し，$X/S$ の相対 De Rahm コホモロジーと呼べば次が K. Saito, H. Hamm, G. Greuel によって得られる．

**定理2.** (1)　$\mathcal{H}^p(X/S)$ は coherent $\mathcal{O}_S$-module である．

(2)　$\mathcal{H}^p(X/S)=0,\ 0<p<n$.

(3)　$\mathcal{H}^n(X/S)$ は階数 $\mu$ の自由 $\mathcal{O}_S$-module である．

$f=(f_1, \cdots, f_k): X\to \boldsymbol{C}^k$ と成分で表わし，$X^i=\{x\in X\,|\, f_1(x)=\cdots=f_i(x)=0\}$ とおき，$f_{i+1}$ の制限を再び $f_{i+1}: X^i\to S^i=\boldsymbol{C}$ とおけば次が成立する．

**主定理3.** $\mu=\sum_{i=0}^{k-1}(-1)^{k-1-i}\dim_{\boldsymbol{C}}\Omega^{m-i}_{X^i/S^i,\mathbf{0}}$.

このオイラー型の公式は $k=1$ のとき Milnor により本質的には与えられている．主定理の証明は，定理2とガウス・マーニンの接続から導かれる derivation に関する Malgrange の解析的指数定理の使用により帰納的になされる．

Brieskorn 氏は周知のようにドイツにおける特異点研究の指導的立場にある．各定理の解説はその証明の核にふれながら手際よくなされた．若い研究者の名がたびたび引用されたが，そのことから，彼らが特異点のどういう面に関心があるのかを一べつすることができた．主定理は定理1をあわせて考えると完全交叉かつ孤立特異点の場合における De Rahm コホモロジー論の強い支配力を示している．

Brieskorn 氏に続いて，**松本幸夫**氏による講演‘On the connectivity of the Milnor fiber of a holomorphic function at a critical point’が行われた．$\boldsymbol{C}^{n+1}$ における原点 $\mathbf{0}$ の近傍 $U$ で定義された解析関数 $f: U\longrightarrow \boldsymbol{C}$ が与えられたとし，$f(\mathbf{0})=0$ とする．$\mathbf{0}$ を中心とし，十分小さな半径 $\varepsilon$ の球面 $S_\varepsilon^{2n+1}$ と $f^{-1}(0)$ の交わりを $K$ とする．このとき，写像 $\varphi(x)=\dfrac{f(x)}{|f(x)|}: S_\varepsilon^{2n+1}-K\longrightarrow S^1$ は $C^\infty$-局所自明束となり (Milnor の束化定理) Milnor 束と呼ばれ，そのファイバー $F$ は Milnor ファイバーと呼ばれる．原点が孤立特異点のときは，定理1で述べられたように $F$ は $(n-1)$-連結となる．$f$ の特異点集合の $\mathbf{0}$ での複素次元を $s$ とすれば次が成立する．

**主定理4.** $F$ は少なくとも $(n-s-1)$-連結である．

Milnor の束化定理は超曲面の一般特異点の場合にも成立するが，その束構造についての定性的性質は余り知られていない．主定理の証明は Whitney, Thom, Mather によって確立された stratified set の考察に基づき，$K$ の $S_\varepsilon^{2n+1}$ における近傍の研究を特異な stratum への法切断による超曲面の研究へ環元しながら帰納法でなされる．stratified set の概念が一般特異点の研究の舞台でも一つの大道具の役割りをするようになったといえる．松本氏の講演はその明解さにおいて定評があるが，今回の講演においても Raymond 氏が彼は米国での講演のベテランに違いないとの印象をもらした程完全なものであった．

**岡睦雄氏**による‘On the cohomology structure of projective varieties’から午後の講演が始った．複素射影超曲面は斉次多項式によって定義される．この多項式が定義する原点での Milnor 束に注目すると，その monodromy が判明すれば，射影超曲面の有理係数コホモロジー環の構造が判明することが示された．同種の方法で，Lefschetz の超曲面切断定理を完全交叉の場合に限るならば，Milnor と Hamm による Milnor 束に関する一結果の結論に過ぎないことを指摘し，さらに，特異点のある完全交叉に対する超曲面切断定理が成立する

ことを示した．射影代数的集合が完全交叉に近い場合には，その位相の源が定義する斉次多項式の原点におけるMilnor束の中に秘められているという観察は射影代数的集合の位相幾何学に新しい観点を提供する．

岡氏はこの仕事の前にMilnor束の研究で日本においては先駆的な仕事をしていたが，次の**坂本幸一**氏の講演 'Milnor fiberings and their characteristic maps' において完全に一般化されることになる．$f: \boldsymbol{C}^n \longrightarrow \boldsymbol{C}$, $g: \boldsymbol{C}^m \longrightarrow \boldsymbol{C}$ を多項式関数とすれば，その和 $f+g: \boldsymbol{C}^n \times \boldsymbol{C}^m \longrightarrow \boldsymbol{C}$ が $f+g(x,y)=f(x)+g(y)$, その積 $f\cdot g: \boldsymbol{C}^n \times \boldsymbol{C}^m \longrightarrow \boldsymbol{C}$ が $f\cdot g(x,y)=f(x)\cdot g(y)$ によって定義される．$f, g$, $f+g$, $f\cdot g$ の Milnor ファイバーを $F_f$, $F_g$, $F_{f+g}$ $F_{f\cdot g}$ Milnor 束の特性写像を $h_f$, $h_g$, $h_{f+g}$, $h_{f\cdot g}$ とするとき，次が成立する．

**定理 5**. 次のホモトピー同値写像からなるホモトピー可換な図式が存在する．

$$\begin{array}{ccc} F_{f+g} & \xrightarrow{\alpha} & F_f * F_g \\ \downarrow h_{f+g} & & \downarrow \alpha_f * \alpha_g \\ F_{f+g} & \xrightarrow{\alpha} & F_f * F_g \end{array}, \qquad \begin{array}{ccc} F_{f\cdot g} & \xrightarrow{\beta} & F_f \times F_g \\ \downarrow h_{f\cdot g} & & \downarrow h_f \times h_g^{-1} \\ F_{f\cdot g} & \xrightarrow{\beta} & F_f \times F_g \end{array}.$$

これは岡睦雄の擬斉次多項式の場合，Thom-Sebastiani による孤立特異点の場合における結果の完全な一般化といえる．とくに，孤立特異点の場合には，対 $(S_\varepsilon^{2n+1}, K)$ の微分同相類は Seifert 行列 $\Gamma_f$ の合同類によって完全に決定されるという著者の結果がある．$f, g$, $f+g$, $f\cdot g$ の Seifert 行列を $\Gamma_f$, $\Gamma_g$, $\Gamma_{f+g}$ とすれば次が成立する．

**定理 6**. $(-1)^{m\cdot n}\Gamma_f \otimes \Gamma_g = \Gamma_{f+g}$.

とくに，Brieskorn 型の場合の Seifert 行列がこの式から計算され，その位相的特徴づけがこのように単純に記述されるのをみて，Brieskorn 氏も位相的な方法の中にある'力'を再認したようであった．

この日の最終講演は **N. A'Campo** 氏の 'On monodromy maps of hypersurface singularities' によってしめくくられることになった．フランスにおける特異点学派の若手の代表をむかえるにあたって，司会者の D. Sullivan 氏は司会者として日本の女性トポロジストの代表として田尾洋子氏を推挙し，会場は明るさを増した．

**定理 7**. 複素超曲面のかつてな点 $z$ での Milnor ファイバーを $F$ とする．そのとき，volume 型式 $\Omega$ および特性写像 $\varphi: F \longrightarrow F$ が存在して，次が成立する．

1) $\varphi_* \Omega = \Omega$.

2) $x \neq y$ ならば，各 $n \in \boldsymbol{Z}$ に対し，$d(\varphi^n(x), \varphi^n(y)) > 0$.

3) もし，$\varphi$ が不動点をもたないならば，$z$ は特異点である．

この定理は次の系を与える．

**系 1**. $\varphi$ の Lefschetz 数を $\Lambda(\varphi)$ とする．

$\Lambda(\varphi)=0 \Longleftrightarrow z$ は特異点である．

$\Lambda(\varphi)=1 \Longleftrightarrow z$ は非特異点である．

**系 2**. $\tilde{H}_*(F, \boldsymbol{C})=0 \Longleftrightarrow z$ が非特異点である．

証明は広中氏による強力な特異点の解消により，特異点を normal 交叉に blowing up し，さらに，Clemens の vanishing cycles に関する結果を使用してなされるとのことである．解説は絵を主体にしてなされ，45分程度で終ったが20分の討論があった．一般特異点をその Milnor 束をかえずに Blowing up して normal 交叉に直し，normal 交叉での単純な Milnor 束の性質を組合わせれば全体の Milnor 束の性質となるという事実は深く印象に残るものであった．とくに，系1, 2で示されているように，非特異性の判定条件が有理係数のモノドロミーあるいはホモロジーの消滅によって与えられるという点で秀れた結果といえる．

この日から，日本の特異点学派と欧州の特異点学派の実質的交流が始った．ここ2, 3年のうちに位相幾何学的像に忠実に進み，育ってきた日本の若い研究者達は Brieskorn, A'Campo 両氏によって示された代数幾何学の伝統的方法に基づく深い解析力に敬意を表すると同時に多くの刺激をうけた．また，Brieskorn 氏も欧州中心の成果に注目してきただけに，日本の若い研究者がトポロジーの方法によって Milnor の方向をさらに発展させたことに深い関心を示した．D. Sullivan 氏も Milnor 束の研究を始めようかと考える程の刺激をうけたと語っていた．世界をながめてみれば日本はいわば孤立した特異点である．そこで育った特異点の研究がどうやら最強とみられる欧州の学派によって Blowing up されなかったといえそうである．

最終日のさよならパーティーで，Atiyah 氏は今回の conference で，若手の活躍を，とくに，複素多様体論と特異点論において印象的に受けとめたと語っていた．この方面の研究が世界に第一歩を踏み出したことは確かである．

この日はその意味でも，'特異点の日'であったといえるだろう．

## 印象記：4月12日(2)

赤尾和男（東京大学）

2日目(4月12日)のB会場は，S. Iitaka, B. G. Moishezon, T. Shioda, K. Akao, T. Oda-K. Miyake の5

つの講演が行われた．

以下各講演の要旨を簡単に記す．

**S. Iitaka, Projective manifolds whose universal covering manifolds are $C^3$.**

$V$ を複素数体 $\boldsymbol{C}$ 上の射影代数多様体とする．$V$ が，パラ・アーベル多様体であるとは，$V$ の有限不分岐被覆がアーベル多様体となることをいう．$V$ の普遍被覆を $\tilde{V}$ と書く時，講演者による次の予想がある．

**予想**．$U_n$ : $\tilde{V}$ が複素解析的なコンパクト化をもつ Stein 多様体(特に $\boldsymbol{C}^n$)なら $V$ はパラ・アーベル多様体である．

$V$ が射影的という条件は必要である．これについて，次の結果は知られている．

① $U_1, U_2$ は正しい．

② $V$ が $U_n$ の仮定を満せば，$\kappa(V)<\dim V$，ただし $\kappa(V)$ は $V$ の小平次元(小平–小林–落合)．

この講演では次の結果が示された．

**命題 1**．$V$ が $U_n$ の仮定を満せば，$V$ は超極小，すなわち $V$ は，non-singular model の $\pi_1$ が有限な subvariety，特に $\boldsymbol{P}^1$，$K3$ 曲面を含まない．

**定理 1**．$V$ が Zariski の意味で極小，$\dim V=3$，$\kappa(V)=1$ とする．この時 canonical fibred manifold $f: V\to W$ があって($\dim W=1$)これは fibred manifold としても極小．

**定理 2**．定理 1 の仮定の上にさらに $V$ が強極小，すなわち $V$ が有理曲線を含まないなら，$f$ の各ファイバーは既約であり，もし，ファイバーが特異点をもてば一般ファイバーは $K3$ 曲面，かつ特異ファイバーの特異点はすべて Kleinian である．

これらの定理と一般化された添加公式を用いて

**定理 3**．$V$ が 3 次元射影代数多様体で $U_3$ の仮定を満すと仮定する．この時 $\kappa(V)\neq 1$．

**B. G. Moishezon, Singular Kählerian spaces.**

非特異の場合の Kähler 多様体の拡張として次のように Kähler space を定義する．

**定義**．$X_0$ を複素解析空間とする．$X_0$ が Kählerian とは，$X_0$ のある open covering $\{U_i\}$ と $U_i$ 上の $C^\infty$-強多重劣調和函数 $\{p_i\}$ があって $U_i\cap U_j\neq\phi$ ならば $p_i-p_j$ が $U_i\cap U_j$ 上で多重調和となることである．

**注意**．$X_0$ が manifold ならば $\omega|_{U_i}\equiv\partial\bar{\partial}p_i$ が $X_0$ 上の普通の Kähler metric に付随する 2-型式を与える．

射影空間の subvariety は上の意味でケーラーになっている．

ケーラー多様体については，小平-Spencer により，その微少変形はすべてケーラーになることが示されている．氏は特異点のある場合には，もはや，ケーラー空間の微少変形が一般にはケーラーにならないことを例を構成することによって示し，さらにこの事実に関連して，次の定理が成立することを話された．

**定理**．$X_0$ をコンパクト正規ケーラー解析空間とし，かつ標準的準同型

$$H^2(X_0, \boldsymbol{R}) \longrightarrow H^2(X_0, \mathcal{O}_{X_0})$$

が全射であるとする．この時，$X_0$ の複素構造の‘十分小さい変形’は再びケーラーである．

ケーラー多様体については上の条件は明かに満されるからこの定理は，小平-Spencer の定理の拡張を与えている．

さらに，多様体の場合は，有理型函数体の $\boldsymbol{C}$ 上の超越次数と次元が一致している場合(すなわち Moishezon 多様体の時)は，この manifold が射影的であることと，Kähler であることは同値であることが，氏自身により以前に得られていたが，この点についても，特異点を許す場合には反例の存在することを示された．

**T. Shioda, Algebraic cycles on certain $K3$ surfaces in characteristic $p$.**

標数 $p(\neq 2)$ の体 $k$ 上の level 4 の楕円モジュラー曲面および，フェルマー型 4 次曲面の Picard 数について，arithmetical な観点から立てられていた予想に対する肯定的解決と関連する話題について話された．

$A$ を $k$ 上のアーベル多様体，$\iota$ を $A$ の標準的な involution とする．$A/\iota$ の canonical non-singular model $K_m(A)$ を $A$ のクンマー多様体という．$K_m(A)$ は $K3$ 曲面の例となっている．すなわち canonical bundle が trivial で irregularity が 0 の代数曲面である．$K_m(A)$ の Picard 数については次の命題が以前氏によって示されていた．

**命題**．$\rho(K_m(A))=\rho(A)+16$．ここで $\rho(X)$ は $X$ の Picard 数．

一方，$B$ を $k$ 上の level 4 の楕円モジュラー曲面とする．$B$ は $\boldsymbol{P}^1{}_k$ 上の elliptic surface の構造をもちその generic fibre は

$$(1)\qquad Y^2=X(X-1)\left(X-\left(\frac{1}{2}\left(\sigma+\frac{1}{\sigma}\right)\right)^2\right),$$

($\sigma$ は $\boldsymbol{P}^1$ の座標)

で表わされる $k(\sigma)$ 上の elliptic curve $E$ である．$E$ は $k(\sigma)$ 上 Jacobi の 4 次曲線

$$y^2 = (1-\sigma^2x^2)\left(1-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)$$

に双有理同値である．この $B$ に関し，次の定理が示された．

**定理 1.** $B$ はクンマー多様体である．

氏は実際に対応するアーベル多様体 $A$ と，$B$ と $K_m(A)$ の間の同型を構成することにより，これを証明された．この系として

**系.** $\rho(B)$ は次の式で与えられる．

$$\rho(B) = \begin{cases} 20 & p=0 \text{ または } p\equiv 1(4) \\ 22 & p\equiv 3(4) \end{cases}$$

**定理 2.** $E$ を(1)で与えられる $k(\sigma)=K$ 上の elliptic curve とするこのとき $E$ の $K$-有理点 $E(K)$ の群構造は

$$E(K) \simeq \begin{cases} \boldsymbol{Z}/4\boldsymbol{Z}\oplus\boldsymbol{Z}/4\boldsymbol{Z} & p=0 \text{ or } p\equiv 1(4) \\ \boldsymbol{Z}\oplus\boldsymbol{Z}\oplus\boldsymbol{Z}/4\boldsymbol{Z}\oplus\boldsymbol{Z}/4\boldsymbol{Z} & p\equiv 3(4). \end{cases}$$

$F$ を $\boldsymbol{P}^3{}_K$ 内で $X_0{}^4+X_1{}^4+X_2{}^4+X_3{}^4=0$ で定義される 4 次曲面とする．$F$ は $K3$ 曲面で $\boldsymbol{P}^1{}_K$ 上の elliptic surface の構造をもち，generic fibre の jacobian $C$ は $E$ 上の局所自明な prinicipal homogeneous space をなすことが知られている．これについて

**定理 3.** $p\equiv 3(4)$ とする．この時 $F$ は楕円モジュラー曲面 $B$ と同型である．特に $F$ はクンマー多様体である．さらにこの同型は $\boldsymbol{P}^1$ 上の楕円曲面としての同型にとれる．

**K. Akao, On prehomogeneous compact Kähler manifolds.**

$V$ を $n$ 次元コンパクト複素多様体とする．$V$ の自己同型群が open orbit をもつ時 $V$ を prehomogeneous という．$V$ が prehomogeneous かつ Kähler metric を有する場合について，次の結果を示した．

**定理 1.** $q(V)=\dim H^1(V,\mathcal{O})=0$ ならば $V$ は射影的であり，かつ単有理型である．特に $\dim V\leq 3$ なら $V$ は有理多様体である．

**定理 2.** $V$ は，そのアルバネーゼ多様体 $A(V)$ 上の単有理射影多様体をファイバーとするファイバー束であって，かつ integrable な holomorphic connexion をもつ．すなわち局所定数の transition function をもつ．

**定理 3.** $V$ の Albanese fibre が $\boldsymbol{P}^n$, $n+1$ が素数ならば，

$V\simeq \mathrm{Proj}(E)$　　$E$ は $A(V)$ 上の rank$(n+1)$ の flat vector bundle.

また，$V$ の Albanese fibre が一般の有理曲面についても分類を与えた．

**T. Oda-K. Miyake, Almost homogeneous algebraic varieties under algebraic torus action.**

$k$ を標数 $p$(任意)の閉体，$T$ を $k$ 上の $n$ 次元 algebraic torus すなわち $T\simeq G_m\times\cdots\times G_m$($n$ 個)とする．$k$ 上の代数多様体 $X$ に $T$ が作用し，かつ $T$ が dense orbit をもつ時 $X$ は $T$ の作用について almost homogeneous という．この講演では，$X$ が正規の場合に，$T$ について almost homogeneous であるような代数多様体の完全な特徴付けと，$X$ の次元の低い場合に関する分類について話された．以下 $T$ の作用は effective としてよい．

$\Gamma=\Gamma(T)=\mathrm{Hom}_{k\text{-gr}}(G_m, T)$ とおく．$\Gamma$ は rank $n$ ($n=\dim T$)の自由 $\boldsymbol{Z}$ 加群である．$\Gamma_{\boldsymbol{Q}}=\boldsymbol{Q}\otimes_{\boldsymbol{Z}}\Gamma$, また $\boldsymbol{Q}_0=$\{非負有理数\}とする．$C\subset\Gamma_{\boldsymbol{Q}}$ を空でない subset とする時，$C$ が '0 を頂点とする cone' とは $C\cap(-C)=\{0\}$, かつ $\exists\{\phi_1,\cdots,\phi_m\}\subset\Gamma$, があって $C=\boldsymbol{Q}_0\phi_1+\cdots+\boldsymbol{Q}_0\phi_m$ となることをいう．$\phi_1\cdots\phi_m$ は無駄がなくかつ各 $\phi_i$ は $\Gamma$ の元の整数倍にはならないとする．この時 $\{\phi_i\}$ を $C$ の **verticial elements** という．$C$ の空でない subset $C'$ が $C$ の **facial cone** とは，$\exists\xi\in\Xi=\mathrm{Hom}_{k\text{-gr}}(T, G_m)$, で $\phi(\xi)\geq 0\ \forall\phi\in C$ かつ，$C'=\{\phi\in C\,|\,\phi(\xi)=0\}$ となることをいう．

$\Gamma_{\boldsymbol{Q}}$ の中の **cone complex** $\underline{C}$ とは $\Gamma_{\boldsymbol{Q}}$ の cone の有限集合で次の条件を満すものをいう．

$$\begin{cases} 1) & C' \text{ が } C \text{ の facial cone, } C\in\underline{C}\Longrightarrow C'\in\underline{C}. \\ 2) & C, C'\in\underline{C}\Longrightarrow C\cap C' \text{ はおのおのの facial cone.} \end{cases}$$

$(\Gamma,\underline{C})$ によって $\Gamma$ : rank 有限の自由 $\boldsymbol{Z}$-加群，$\underline{C}$ は $\Gamma_{\boldsymbol{Q}}$ の cone complex からなる pair を表わす．2 つの対 $(\Gamma,\underline{C})$, $(\Gamma',\underline{C}')$ に対し $(\Gamma,\underline{C})$ から $(\Gamma',\underline{C}')$ への map は，$\Gamma\to\Gamma'$ の全射準同型であって，その $\Gamma_{\boldsymbol{Q}}\to\Gamma_{\boldsymbol{Q}}'$ への extension は $\underline{C}$ の各 cone を $\underline{C}'$ のある cone へうつすものと定義する．この準備の下で次の定理が成立する．

**定理 1.** $T$ の作用についての normal effective almost homogeneus な代数多様体とその間の equivariant な dominant morphisms の圏は，上述の maps を morphisms とする pairs$(\Gamma,\underline{C})$ の圏と同値．さらに，

$$\begin{cases} \text{①} & X \text{ が complete} \Longleftrightarrow \Gamma_{\boldsymbol{Q}} = \bigcup_{C\in\underline{C}} C. \\ \text{②} & X \text{ が non-singular} \Longleftrightarrow \underline{C} \text{ の各 cone の verticial elements の set が } \Gamma \text{ の } \boldsymbol{Z}\text{-basis の一部.} \end{cases}$$

この定理からさらに次の結果が得られる．$X$ は完備とする．

**定理 2.** $\dim X=2$ なら $X$ は次のものから equivariant な blow-up と blow-down をくり返して得られる.

$$\begin{cases}(1) & \boldsymbol{P}_2. \\ (2) & F_m=\boldsymbol{P}(\mathcal{O}_{\boldsymbol{P}_1}\oplus\mathcal{O}_{\boldsymbol{P}_1}(m)) \quad (m\neq 1,\ m\geq 0).\end{cases}$$

ここで(1), (2)の surfaces における $T$ の action は standard なもの.

さらに $\dim X=3$ の場合についても, $(\Gamma, C)$ と 2-sphere の triangulariom の間の対応を用いて, 三角形分割の vertex の数が少ない場合についての分類を述べられ, この場合に $X$ が一般に projective とならないことを示された.

## 印象記：4月13日(1)

今西英器 (京都大学)

こんどの会議では, 最近目ざましい発展があった, foliation 関係の講演に一日があてられた. Thom 'Singularities of foliations', Mather 'Loops and foliations', Tamura 'Specially spinnable manifolds', Mizutani-Tamura 'Foliations of even dimensional manifolds' がそれである. 他に, 多数体論としては既成の分類の枠に入らないものとして, Smale の 'Optimizing several functions' について, 各講演の概要を記すことにする.

**Thom** の講演は, 彼の話が常にそうであるように, '結果' よりは 'プログラム' を提出することに重点が置かれたもので, 明確な定式化がなされないままだったので筆者には, よく理解できなかったが, 大体次のようなことであった. 多様体間の可微分写像の特異点の理論は Thom により次のように定式化されている. (Springer Lecture Note. No. 192 の Levine の論文参照), $M, N$ を多様体, $J^r(M, N)$ を $M$ から $N$ への可微分写像の $r$-次のジェットの空間, $\pi$ を $J^{r+1}(M, N)$ から $J^r(M, N)$ への自然な射影とする. $f: M\longrightarrow N$ に対し $j^r(f)$ を $f$ の $r$-次ジェットとする. $J^1(M, N)\supset\Sigma^1$ を, 微分の階数が $\min(\dim M, \dim N)$ より小さい点の集合とすると, $\Sigma$ は stratified set となるが, $(j^1)^{-1}(\Sigma^1)$ が $f$ の特異点である. $\pi^1(\Sigma^1)$ の部分多様体 $\Sigma^2$ が存在し $(j^2)^{-1}(\Sigma^2)$ が $f$ の 2 次の特異点……以下同様に高次の特異集合が定義され, Thom の transversality lemma を用いて, generic な特異点の研究が可能となる. 以上の一般論に対し, 講演では, $f$ に条件がついた場合にも同様の方法が用いられるのではないか？　という事が話された. ここで条件とは, 積分可能条件, または一般に偏微分方程式で定義されるものを考える. すなわち $J^r(M, N)$ の中に条件をみたす写像のジェットからなる部分集合 $A$ を考え, $A\cap\Sigma^r$ について, 可微分写像の特異点と同様に考えていこうというのである. しかしこの場合には, transversality lemma の成立は一般には期待できないが, いくつかの場合には, 上の方法が有効である. 例として, Laplacian $\Delta f=0$ の時, この時は条件により特異点は制限を受けて, 特異集合は小さくなる. Hamilton 系の場合の特異点の発生, 超曲面の Gauss map の特異点, 等が話された. Foliation の場合には, foliation をどのように考えるかによって特異点の考え方が異ってくる. 先ず考えられるのは, Haefliger 式の submersion の族で foliation を定義することであるが, submersion の特異点は非常に特殊なものしか現われて来ず, 余り面白い理論はできそうにない. Thom は foliation が $k$ 次微分形式 $\omega$ で定義され. さらに $\omega=\omega_1\wedge\omega_2\wedge\cdots\wedge\omega_k$ と分解される場合を考えた. 局所座標で $\omega_i=\sum A_{ij}dx_j$ と表わすと, 局所的には $\omega$ は $\boldsymbol{R}^n$ から, $(n, k)$ 行列の集合 $M$ への写像 $\Phi$ で表わされ, $M\supset Y_j$ を corank が $j$ である行列の集合とすると, $\Phi^{-1}(Y_j)$ が $\omega$ の corank $j$ の特異集合となる. $\omega$ の積分可能条件は, $\Phi$ に関する条件となり, この時 transversality lemma がなりたつかどうかはわからない. $\omega$ が解析的な場合には, $\Phi$ は多様体上に stratification を引き起こし, $\Phi^{-1}(Y_j)$ と正則点の集合の間では, Whitney condition によく似た性質が, leaf の接ベクトル空間と, $\Phi^{-1}(Y_j)$ の接ベクトル空間との間になりたつことが注意された. 面白い問題として, 特異点を含む leaves の集合の構造を調べることが考えられるが, Thom は特異点に対し局所ホロノミー群という概念を考え, これが自明となる時モノドロミー群を定義し, 余次元 1 の場合に複素解析的な超曲面のモノドロミー群の性質から, Haefliger による解析的な foliation の非存在に関する定理が局所的にもなりたつことを話したが, このあたりの話は筆者には全く理解できなかった.

**Mather** の話は, foliation の理論の1つの中心的な問題である, foliation の分類空間 $B\Gamma_q{}^r$ の位相的性質に関するものであった. 余次元1の場合 Mather は, $E_\infty$ が $H^*(B\Gamma_q{}^r)$ で, $E_2$ 項が, コンパクトな台をもつ $\boldsymbol{R}^1$ の $C^r$ 級微分同相の離散位相を入れた群のコホモロジーで表わされるようなスペクトラル列を作ったが (Bull. A. M. S. vol. 77) Thurston はこれを一般の余次元の場合に拡張した. 講演では Thurston の結果が紹介され, その応用が語られた. $\Gamma_q{}^r$ を $\boldsymbol{R}^q$ の $C^r$ 級微分同相の芽の作る groupoid とし, 層の位相を入れる. $\Gamma_q{}^r$ の分類空間を $B\Gamma_q{}^r$ とすると, これは余次元 $q$ の $C^r$ 級 foliation の分類空間である (Haefliger, Springer Lecture Note No. 197). $B\Gamma_q{}^r$ から $BGL(q, \boldsymbol{R})$ ($r=0$ の時は $B\,\mathrm{Top}_q$)

への自然な写像があり，それを fibration とした時のファイバーを $B\bar{\Gamma}_q$ で表わす．$BGL(q, \boldsymbol{R})$ についてはよく知られているから，$B\bar{\Gamma}_q{}^r$ の性質を知ることが重要である．$G$ を位相群，$\hat{G}$ を $G$ に離散位相を入れた群，$\bar{G}$ を $\hat{G}\longrightarrow G$ のファイバーとすると，$\bar{G}$ は $\hat{G}\underset{G}{\times}PG$ ($PG$ は $G$ 上の道の空間)として実現され，$\bar{G}$ は位相群となりその分類空間 $B\bar{G}$ が考えられる．$G_q{}^r$ を $\boldsymbol{R}^q$ のコンパクトな台をもつ $C^r$ 級微分同相の群とし，$C^r$-位相を入れておく．$\Omega^qB\bar{\Gamma}_q{}^r$ で $B\bar{\Gamma}_q{}^r$ 上の $q$-回のループ空間を表わす．Thurston の結果は‘$B\bar{G}_q{}^r$ から $\Omega^qB\bar{\Gamma}_p{}^r$ への連続な写像が存在して整係数ホモロジー群の同型をひきおこす’というものである．講演ではこの結果の証明は話されなかったが，アブストラクトによると，最近の代数的位相幾何学，特に無限ループ空間の理論で本質的な役割を果している functorial な構成が，ここでも本質的なようで，コンファレンスでの Bott や Adams の講演等と考え合わせると非常に面白いことだと思う．$H^{4k-1}(B\Gamma_q{}^r,Z)$ が有限生成でない(Bott-Heitch)，$\pi_3(B\Gamma_1{}^r)$，$r\geqq 2^n$ から $\boldsymbol{R}$ 上への全射準同型が存在する(Thurston)等の結果からわかるように，$B\bar{G}_q{}^r$ のホモロジーの計算は非常に難しいと考えられるが，講演ではいくつかの特別な場合が話された．$r=0$ の場合，Mather による $H_i(B\hat{G}_q{}^0, Z)=0$ という定理(Topology, vol. 10)の証明が行われ，このことと $G_q{}^0$ が可縮なことから，Thurston の定理により $B\bar{\Gamma}_{q0}$ が可縮，すなわち $B\Gamma_q{}^0$ と $B\,\mathrm{Top}\,q$ のホモトピー型が等しいことが証明された．他の例として，$\pi_{q+1}(B\bar{\Gamma}_q{}^r)$ が $G_q{}^r$ の単位元の連結成分のアーベル化であることが，Thurston の定理と，$B\bar{\Gamma}_q{}^r$ が $q$ 連結である(Haefliger)ことからわかるが，特に $r=\infty$ の場合，Hermann(Compt Rendu, vol. 273) 等による結果 $D_\infty{}^+(T^q)=[D_\infty{}^+(T^q), D_\infty{}^+(T^q)]$ ($D_\infty{}^+(T^q)$ は $q$ 次元トーラス $T^q$ の $C^\infty$ 級微分同相で，恒等写像とイソトープなものの作る群，[　,　] は交換子群を表わす)をたくみに用いて $B\bar{\Gamma}_q{}^\infty$ が $(q+1)$-連結であることが示された．また，$q=1$ の時には $S^2$ 上の特異点のある foliation を考え，特異点が2つの場合に変形することにより，$\hat{G}_1{}^r$ から $\pi_2(B\bar{\Gamma}_1{}^r)$ への全射が幾何学的に構成できることが示された．

**田村一郎**氏の話は，閉多様体に余次元1の foliation を構成することについてであった．奇数次元球面上の余次元1 foliation の存在については Lawson により突破口が開かれ，田村氏により完成させられた．Spinnable manifold の概念は，この時の方法を推し進めるため田村氏によって考え出された概念であり，大ざっぱに言って，多様体 $M$ が spinnable とは，$X\times D^2$ ($D^2$ は2次元円板)という多様体が $M$ に埋蔵されていて，$M-X\times D^2$ が $S^1$ 上の，多様体 $F$ をファイバーとするバンドルになっていることを言い，$F$ をこの構造の generator と言う．特に $X$ が奇数次元球面の時は，$X\times D^2$ に，境界が leaf となるような foliation が存在することから，$M$ 上に余次元1の foliation が存在し，この時，$M$ を specially spinnable と言う．田村氏により，$S^{2n-1}$，$(n-1)$ 連結 $(2n+1)$ 次元多様体は specially spinnable であることが知られているが，講演では，$(n-2)$ 連結な $(2n+1)$ 多様体の specially spinnable structure の存在が話された．結果は generator $F$ が簡単な($(n-2)$ 連結，ホモロジー群がねじれをもたない $+\alpha$ を満たす $F$)時，$M$ が specially spinnable となるための必要十分条件は，$M$ の Betti 数について $b_n\geqq b_{n-1}$ がなりたつこと $+\beta$ である，というものであった．このことの系として，$n\geqq 5$ の時，$M^{2n+1}$ が $(n-1)$ 連結で，$H_{2n-1}(M)$ が 2-torsion をもたないならば，$M$ と，いくつかの $S^n\times S^{n+1}$ の連結和には余次元1の foliation が入ることが示された．証明は微分位相幾何学で，多様体を構成する種々の手法を full に活用するものであり，門外漢である筆者にはとても follow できなかった．

**水谷**氏の話は，田村氏との共同研究であり，偶数次元多様体上の余次元1 foliation の構成についてであった．方法は先ず多様体 $M$ 上の spinnable structure の存在を考え，次に spinnable structure をうまく変形して foliation が入るような形にするというもので，spinnable structure の存在に関しては，$M^{2n}$ が $(n-2)$ 連結で，さらに $n$ が偶数の時は指数 $\sigma(M)$ が0ならば，$M^{2n}$ 上に spinnable structure が入り，さらに $M$ の Euler 指標 $\chi(M)$ が0ならば spinnable structure の generator $F$ が，$\partial F=S^n\times S^{n-2}$ ($n$ が奇数)，または $S^{n-1}\times S^{n-1}$ ($n$ が偶数)となるように変形できる，というものであり，$S^{2n-1}\times D^2$ 上の余次元1の foliation の存在から，上の条件をみたす場合には $M$ 上に余次元1の foliation の存在することが示された．証明は田村氏の講演と同様，かなり込み入ったものであるので，講演では低次元の場合について話された．特に低次元の場合には，単連結な $M^6$ 上に余次元1の foliation が存在するための必要十分条件は $\chi(M)$ が0であることが注意された．田村・水谷両氏の方法は恐らく foliation を具体的に構成することについて限界に近いのではないかと思われる．何か革命的な方法で，$\chi(M)=0$ なら foliation が存在することを示すか，foliation の存在しない例を作るか，どちらかが望まれるのであるが，水谷氏は $\sigma(M)\neq 0$ な多様体上に余次元1の foliation が存在するか？　という問題を提出されたが，この問題は非常に興味のある問題

だと思われる．

**Smale** は近年は応用数学を専らにしていて，天体力学，回路網理論，生物学等の問題に Morse 理論や力学系の理論を応用している．今度の講演は経済学をモデルにしたもので，その分野でどのような位置を占めるものかは筆者にはわからないが，数学的な観点からは，何か奇妙なことをやっているというのが正直な感想である．しかし数学上の位置づけというような面倒なことを考えずに聞く分には非常に面白い話であった．問題は，経済的な状態の作る空間 $W$ ($W$ は $\boldsymbol{R}^n$ または一般に多様体と考える) 上で $m$ 個の効用関数 $u_i$ が与えられた時，これらの関数を‘同時に極大化’する点を求めよ，というものである．$x\in W$ で $u_i$ が‘同時に極大’となる点として Pareto は，$\forall i$ に対し，$u_i(y)\geqslant u_i(x)$，ある $j$ に対し $u_j(y)>u_j(x)$ となる $y$ が存在しないような点 $x$ を考えた．Smale はこれを動的に考え，$x$ を通る曲線 $\varphi(t)$ で，$(d/dt)u_i(\varphi(t))>0\ \forall i$，となる(そのような曲線を admissible と言う)ものが存在しない点を考え，そのような点を Pareto であると言い，Pareto である点の集合 $\theta$ を考え，さらに $x\in\theta$ が安定であるとは，$x$ の近くから出発する admissible な曲線が $x$ の近くに留ることとして定義した．講演では Pareto 点，安定な Pareto 点の特徴づけが，一つの関数の極値問題とのアナロジーによってなされた．同時に多数の関数を考えるのはなかなか考えにくいものであるが，適切な例を用いて明快な講演であった．

## 印象記：4月13日(2)

飯 高　茂 (東京大学)

4日目のB会場では，複素曲面論3題に，3次元多様体および，曲線の族についての講演が行われた．まず講演の概略を記そう．

**堀川穎二，On deformations of holomorphic maps.**

内容は2部にわかれる．まず，正則写像の変形の概念を定義し，非退化のとき，層 $\mathcal{T}$ と，characteristic map $\tau: T_0(M)\to H^0(\mathcal{T})$ を導入する．そして，小平–Spencer の多様体の変形論と類似に，完備性定理 ($\tau$ が同形なら，変形族は点0で complete) と，存在性定理 ($H^1(\mathcal{T})=0$ なら，$\tau$：同型 となる変形族が存在する) を確立する．とくに，存在定理の証明は，著しく複雑になる．また，一般の場合には，層 $\mathcal{T}$ が定義されないが，やはり完備性定理，存在定理が成立する．

これらは形式幾何の範囲で，独立に Illusie によってえられていたが，堀川は収束の証明に成功したため，多様体の変形を具体的にきめる有力なてがかりを与えるものになった．事実，5次曲面の変形が完全に定められたのである．

5次曲面は，第1 Chern 数 $c_1^2=5$，$p_g=\dim H^2(\mathcal{O})=4$，$q=\dim H^1(\mathcal{O})=0$ をみたし極小曲面になる．その変形も同じ numerical characters をもち極小である．このような曲面を数値的5次曲面という．さて数値的5次曲面 $S$ は，(I) 有理2重点のみをもつ5次曲面の極小非特異モデル，(II$_a$) $\boldsymbol{P}^1\times\boldsymbol{P}^1$ 上のある種の2重被覆，(II$_b$) 2次の Hirzebruch 曲面上のある種の2重被覆，のいずれかとなる．さて，(I)は，変形で局所的にとじている．(II$_a$) も同じだが，(II$_b$) は決してそうならない．事実，(II$_b$) が，$K$：ample のとき，その倉西族が40次元の多様体 $M_0, M_1$ なる既約成分をもち，その交わり $N$ は39次元，$M_0-N$ には(I)がのり，$M_1-N$ には(II$_a$)，$N$ には(II$_b$)ののることを示した．これらを基にしてついに，**数値的5次曲面は，ある5次曲面の変形となっている**ことを示したのである．これは，一般型曲面の変形を完全に記述した，non-trivial な最初の例であるのみならず $\dim H^0(\Omega^1\otimes\Omega^2)$ が変形不変でない (すなわち，Bombieri の予想への反例) 例も与えている．

なお On deformations of holomorphic maps I, II は J. Math. Soc. Japan 25(1973), 372–396; On deformations of quintic surfaces は Inv. Math. にでる．

**井上政久，On surfaces of class VII$_0$.**

コンパクト，2次元の複素解析多様体 (以下，曲面とよぶ) の構造は，第 VII$_0$ 類を除いて，ほぼわかっていた．残された VII$_0$ は，第1 Betti 数 $b_1(S)=1$，かつ極小で定義される．これに Hopf 曲面とある種の楕円曲面以外に例があるか？　という懸案の問題をあげ，新しい曲面 $S_M$ ($M\in SL(3,\boldsymbol{Z})$，$M$ の固有値 $\alpha>1$，$\beta\neq\bar{\beta}$)，$S^{(+)}_{N,p,q,r,t}$ ($N\in SL(2,\boldsymbol{Z})$，$N$ の固有値 $\alpha$，$1/\alpha>1$，$p,q,r\in\boldsymbol{Z}$，$r\neq 0$，$t\in\boldsymbol{C}$)，$S^{(-)}_{N,p,q,r}$ が実例になっていることを示した．さらに，これらの特徴づけを次のように与えた．すなわち，条件(*) $b_1(S)=1$，$b_2(S)=0$，$S\not\ni$ 曲線，条件(**) ある line bundle $F_0$ があって $H^0(\Omega^1(F_0))\neq 0$，をみたす $S$ は，上記3種のいずれかになる．

証明は非常に長いので，Invent. Math. にでる同名の論文にゆずるが，これらの曲面は興味ある性質をもつ．(1) 普遍被覆面に $\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{C}$ をもち，(2) 簡単なアフィン構造をもつ．(3) $S_M$，$S^{(-)}$ は rigid. のみならず，ホモトピー型を指定すると，複素構造まで定まってしまう (今まで $\boldsymbol{P}^1_{\boldsymbol{C}}$ を除いてこのような例は知られていなかった)．(4) 第 VII$_0$ 類を特徴づける理論の過程で鬼子のように

生れたもので，偶然にみつけられたものではない．

また，(*)と'(**)の否定'とを仮定すると，やはり，アフィン構造を持つことが導かれるが，例は未だ構成されないとのことであった．

なお，Bombieri も独立に $S_M$ の発見と，その特徴づけ(標準因子 $K$ が実でないという形で)を与えていた．両者の証明法は記号までこめて類似が著しく，Bombieri は'複素構造のみならず証明法も rigid なのだろう'といい，彼の若い学敵の健斗をたたえていた．

**E. Bombieri, Canonical models of algebraic surfaces of general type.**

$S$ を極小かつ一般型の代数曲面とする．また $K$ をその標準因子とし，$R_m=H^0(S, \mathcal{O}(mK))$ とおく．$X$ を $S$ の abstract canonical model，すなわち $\mathcal{P}roj\,(\bigoplus_{m=0}^{\infty} R_m)$，$X^{[n]}$ を $n$-canonical model，すなわち $\mathcal{P}roj\,(\bigoplus_{m} R_n^m)$ とすると，自然な，有理写像 $\varphi_n: X\to X_n$ が定まる．さて，

**定理 1.** (1) $n\geqq 5$ または (2) $n=4$，$K^2\geqq 2$，または (3) $n=3$，$K^2\geqq 3$，かつ $p_g\geqq 3$ または $K^2\geqq 6$ であれば，$\varphi_n$ は scheme として同型．

上記で除外された場合は，

**定理 2.** (1) $K^2=1$，$p_g=2$ を除くと，$\varphi_4$ は双有理，(2) (a) $K^2=1$，$p_g=2$，(b) $K^2=2$，$p_g=3$，(c. 1) $K^2=1$，$p_g=0$，(c. 2) $K^2=2$，$p_g=0$ を除くと，$\varphi_3$ は双有理．

上記で，(c. 1) の例は知られていないが，残りの例はすべてある．最も困難な場合は，$K^2=1$，$p_g=0$，$\varphi_4$：双有理，から矛盾を導く過程で，60 ページが費される．

**定理 3.** $K^2\geqq 10$，$p_g\geqq 6$ と仮定するとき，さらに $\varphi_2$ が双有理的でないなら，morphism $f: S\to B$ があり，$x\in B$ につき，$f^{-1}(x)$ は genus 2 の代数曲線．また，条件は最良，すなわち，$K^2=9$，$p_g=6$ で反例がある．

これらの定理は，Moishezon，Mumford，小平らの結果を改良し，最終的につめきったものといえる．ただし，$X^{[n]}$ $(n\geqq 8)$ は projectively normal (小平)，は依然として最良の結果．

証明の鍵は，C. P. Ramanujam による，小平の消失定理の改良 (J. Ind. Math. Soc., (1972), 41–51, Remarks on the Kodaira vanishing theorem) と，点の議論を blow up して，因子に直し，消失定理を用いるところにある．Ramanujam の定理の最も簡単な場合は次の通り．$S$ を標数 0 の閉体上定義された，射影的非特異代数曲面．正因子 $D$ が (i) $D^2>0$，(ii) $D$ が numerically connected (定義は $D=D_1+D_2$ $(D_i>0)$ のとき $D_1\cdot D_2>0$)，ならば $H^1(S, \mathcal{O}(-D))=0$.

本講演の内容は，同名 I，Vol. 42, Publ. Math. IHES に，一部でている．

ところで，本日のように曲面について重要な講演が 3 つも行われることはちょっと例がなかったことと思う．現代的曲面論は主に小平邦彦の手により育まれ，現代数学の一つの証とも精華ともみなされるようになったが，残された二つの部類についてここに決定的研究が報告されたわけである．Bombieri の研究は非常に徹底したものであるが，堀川の扱かった数値的 5 次曲面は，最も平凡な型，すなわち $\varphi_3$ が双有理的になっている．かつ genus 2 の曲線を fiber とする fiber 空間の構造をもつ (Bombieri の定理 3)．堀川はそこを別に徹底的に研究して，Enriques の期待：**$p_g, c_1^2, q$ を与えると，連続的につながっている，**にはじめて一般型曲面で肯定的例を与えたわけである．もっとも，これには，Tankev が，初等的反例 (Izv. 1972) を与えているが，こんなことでイタリア学派は降参することはない．一般型曲面では，極小性は位相不変か？ $\boldsymbol{P}^2$ や開球 $\{|z_1|^2+|z_2|^2<1\}$ を covering にもつ曲面やらの複素構造の決定など，残された問題がある．Moishezon は電算機を使おうと熱心にといてまわった．すなわち，$\boldsymbol{P}_C^2$ の numerical characters $p_g=q=0$，$c_1^2=9$ をもつ一般型曲面を考えると，$\varphi_3$ が双有理的だから (定理 2) 27 次元空間での次数 81 の曲面ができる．それを general projection して得て同次 81 次式を得る．逆にそのような singular surface の numerical characters を電算機で計算しようという．もっとも，そのためには，$p_g=q=0$ の一般型曲面の研究が望まれるが，現在 $c_1^2\geqq 7$ になる例はないし，$c_1^2=6$ なる例も本物かどうか疑わしい (Bombieri) という．$c_1^2=1, 2, 3$ までしか確実でない．広中は，'これからの代数幾何は，5 次曲面なら 5 次曲面について，hard calculations を沢山する，それも電算機でできる，というのではなく，idea のいるのをね，そうでなくては'と強調していた．

**中村郁，On compact complex parallelizable manifolds.**

正則接バンドルが自明となる compact complex manifold を parallelizable とよぶ．すると，単連結複素 Lie 群 $G$ と，その離散部分群 $\Gamma$ により $G/\Gamma$ と表される，$G$ が solvable なら，複素多様体としては $\boldsymbol{C}^n$．そこで，$n=3$ のとき，分類してみると，($r$ を closed 1-form の空間の次元とする) (1) $r=3$ なら，complex torus：$T^3$ (2) $r=2$ なら，$T^2$-bundle over $T^1$．これはいわゆる Iwasawa 多様体の一般化，$h^{0,1}=2$．(3) $r=1$ なら $T^1$-

bundle over $T^2$ で，$h^{0,1}=1$ または 3.

またこれらの small deformations は，微分方程式 $\bar{\partial}\varphi=1/2\cdot[\varphi,\varphi]$ をといて求めることができる．(2) の small deformations はやはり $\boldsymbol{C}^3/\Gamma_t$ ($\Gamma_t$ : affine 変換群) であるが，一般には，parallelizable でなく，$h^{1,0}=2$ になり，$h^{1,0}$ の変形不変でない例を与える．また，(3) の small deformations は，最早 universal covering がスタインですらなく，$h^{0,1}$，$h^{0,3}=h^{3,0}=P_1$，$\kappa$ の動く例を与え，Moishezon 予想の反例になっている．

**浪川幸彦，On fibers in families of curves of genus two.**

$D=\{z: |z|<1\}\supset D^*=D-\{0\}$，$\pi: X\to D$ を固有全射の正則写像とし，$\pi|X-\pi^{-1}(0)$ を smooth, $t\in D^*$ に対し $X_t=\pi^{-1}(t)$ を genus 2 の curve とする．このとき, singular fiber $X_0=f^*(0)$ ($X$ 内の因子とみて) の幾何的分類と，genus 2 の curves の moduli 空間の compact化についての講演であった．まず $X_0$ には例外曲線はないとしておく．そして，$D^*$ から，Siegel 上半平面 $\mathfrak{S}_2$ への多価正則写像 $T_\pi$ (characteristic map) と，モノドロミー $M_\pi$ ($Sp(2,\boldsymbol{Z})$ での共役類), を考えると，$\gamma$ を $\pi_1(D^*)$ の生成元として $T_\pi(\gamma z)=M_\pi\cdot T_\pi(\gamma)$ をみたす．次に，$\mathfrak{S}_2/Sp(2,\boldsymbol{Z})$ の stable curves を用いた compactification $\overline{\mathfrak{S}_2^*}$ を考える．すると，$T_\pi$ は，$D$ から $\overline{\mathfrak{S}_2^*}$ への正則写像 $\bar{T}_\pi$ をひきおこし，modulus point $Z_\pi=\bar{T}_\pi(0)$ がきまる．そこで，singular stable curves のうち一般のをとると，$\overline{\mathfrak{S}_2^*}$ 内で既約因子を定めるので，それを $\bar{T}_\pi$ でひき戻して，その重複度として，$\pi$ の degree を定義できる．これは genus 1 にはなかった invariant である．さて，主定理は，$X_0$ が，$M_\pi$，$Z_\pi$，degree of $\pi$ によって完全にきまることをいう．これが幾何的分類のエスプリで，具体的に，すべて求められ，manuscripta math. **9**, (1973), 143-186に list があがっている．なお，さらに，$\overline{\mathfrak{S}_2^*}$ と Igusa の compact 化が同値になること，一般に $\overline{\mathfrak{S}_g^*}$ から，佐武の compact 化に $T_\pi$ ののびることは，小林による hyperbolic analysis の一般論の帰結であるが(conference 後に)浪川により，Igusa の compact 化にも正則写像としてのびることが示されたことを附記しておく．なお，主論文は，秋月先生記念号(紀伊国屋)に上野健爾と共著ででる．

さて，本日で，複素多様体論関係は終りであるが，平行して，Thom らの講演が行われたため，Brieskorn らはしきりに不平をいって，14階と10階をいききしていた．その中で，小平邦彦先生とならんで前列に陣とり，若い研究発表者に，講演後励ましの言葉をおくりつづけた Spencer 大先生の白髪が印象的であった．

ところで本日の講演はどれも小平の曲面論の (余りにもを甘受せねばならぬ)エピゴーネンのそれであるが，これだけ深い結果が各方面で得られた以上，一般的に，曲面論が認知され受け入られたといってよいだろう．今後これらの発展が，いかになるかは，しかしながら予断を許さない．時間軸を逆に辿って Woodshole での AMS のジンポジウムを思い起せばそれは明らかであろう．あそこに孤立して一つあった曲面論は，精密だけれど，特殊すぎるものとして敬遠されていなかったといい切れようか．そこに出席した 23 歳の数論の大家 Bombieri は小平の講演に非常な感銘を受けて，幾何に興味を移したそうである．そのように，進化の最もよい時期の講演がはたしていくつあったか．そうなると心許ないでもない．最後に **Bombieri** の印象記を残しておく．11歳で数学をはじめ，大学図書館に足しげく通い，Hermite, Cauchy らの全集をむさぼり読み，とうとう，図書室の鍵を借りていつでも読めるようになったという．180 キロのスピードを恐れないカーキチでもある．レーサーか数学者かになろうとしたという．彼の face は，彼の数学と同じく端正で苦しみの根跡をみせない．voice は低く，きき手のことを無視しているかのようである．貝殻の collecter で，特に宝貝の系統を集めており，東京でよい shells を買うのを楽しみにして来日したといっていた．人と話をして，話題がきれると，business をするといって，数学に没頭する．ホテルでも夜を徹して考えてよく昼頃きていたが，この日は，朝から chairman のため，早朝にこねばならず気の毒みたいなものであった．

## 印象記：4月14日(1)

西 田 吾 郎 (京都大学)

**J. F. Adams, Idempotent functors in homotopy theory.**

ホモトピー論および一般コホモロジー論の大家である Adams 氏は，この数年間，シカゴ大学においてこれらの理論の categorical な基礎付けを与える一連の Lecture Notes を発表している．今回の講演もそのような仕事の，一つの延長であろう．講演の内容は，一言でいうと，最近 Sullivan やその他の人々によって展開されつつある，*CW* 複体の局所化，完備化の概念を，categorical な方法で，統一的に取り扱うことである．

講演者は，アーベル群や距離空間の category における局所化や完備化のよく知られた性質から説きおこし，

これらの functor を，一般的に次のように特徴付ける.

**定義**. category $C$ から，それ自身への functor $E$; $C\to C$ および自然な変換 $\eta_X$: $X\to EX$ が idempotent triple とは，次の二つの公理をみたすことである.

(ax. 1)　$\eta_{EX}=E\eta_X$: $EX\to E^2X$

(ax. 2)　上の morphism は $C$ の equivalence である.

**定義**. $C$ の morphism の集合 $S$ を，'$S\ni f$: $X\to Y\Longleftrightarrow E(f)$; $EX\to EY$ は equivalence' によって定義する.

集合 $S$ は $E$ により定まるが，逆に，勝手な集合 $S$ にどのような性質がある時，与えられた $S$ に対応する $(E,\eta)$ が存在するか，またそれは一意的かを考える．そこで，$C$ として，$CW$ 複体と写像のホモトピー類の category をとる時，次の結果が得られる.

**定理**. $C$ を $CW$ 複体の category とする．$C$ の idempotent triple の全体は，次の性質をみたす Mor $C$ の部分集合 $S$ の全体と一対一対応する.

(i)　$S$ は Gabriel-Zisman の意味の左からの calculas of fraction を認容する.

(ii)　$s_\alpha$: $X_\alpha\to Y_\alpha$ が $S$ の元なら，$\bigvee s_\alpha$: $\bigvee X_\alpha\to\bigvee Y_\alpha$ も $S$ の元である.

(iii)　$X\in\mathrm{Ob}\,C$ が与えられた時，$\{X\xrightarrow{s}X'$; $s\in S\}$ なる directed category は cofinal small subcategory をもつ.

さて，この定理の本質的な部分は，$S$ から $(E,\eta)$ の構成であるが，それには，(i) より category of fraction と自然な functor $Q: C\to S^{-1}C$ を考える．$S^{-1}C\ni Y$ を fix する時，homotopy functor $[QX,Y]_{S^{-1}C}$ が，E. H. Brown の表現可能性定理の公理をみたすことがわかり，したがって，functor $R$: $S^{-1}C\to C$ が存在し，$[QX,Y]_{S^{-1}C}\cong[X,RY]_C$ となる．そこで $E=RQ$ と置けばよい.

**例 1.**　$S\ni f: X\to Y$ を，$f_*: H_*(X;Q_p)\to H_*(Y;Q_p)$ が同型 ($p$ : 素数) で定義する．この場合，$E$ を $p$ での局所化という．$X$ が単連結の場合は，これまでに知られている局所化の概念と一致する.

**例 2**(Sullivan).　$S\ni f: X\to Y$ を，$\pi_i(Z)$ がすべての $i$ に対し有限群であるような勝手な $Z\in C$ に対し，$f^*$: $[Y,Z]\to[X,Z]$ が全単射であるものと定義する．この時 $E$ は Sullivan の profinite completion の一般化である.

例 2 に関して，講演者が problem session の際，提出された問題とも関連するが，一般に完備化は，topology が与えられた object に対し定義され，上の例の場合，$[QX,Y]_{S^{-1}C}$ は自然な topology をもつ．このような場合，Brown の表現定理がどのようになるかは，興味深いと思われる.

**M. Mahowald, Description homotopy of the elements in the image of the J-homomorphism**

球面のホモトピー群 (特に 2 成分) における，一つの主要な課題として，2 成分の 0 でない元の family を systematic にみつけだすことがある．特に安定な $J$-image の周辺については，講演者を始めとする多くの人々による種々の結果がある (c. f. Bull. A. M. S., **76** (1970), 1310-1313)．今回の講演の内容は，上記論文の方法の応用として，次の諸問題に attack しようという話であった．(1) $\alpha\in\pi_j(S^n)$, $\beta\in\pi_n(S^i)$ が与えられた時，$\alpha\circ\beta$ はどうなるか．(2) 上と同じ問題を，$[\alpha,\beta]$ について考えよ．(3) $\alpha$ が与えられた時，$\Sigma^k\alpha'=\alpha$ となる $k$ の最大値は何か．(4) $\Sigma^k\alpha=0$ となる $k$ の最大値は何か．(5) $\alpha_1,\cdots,\alpha_n$ が与えられた時，いつ Toda bracket $\langle\alpha_1,\cdots,\alpha_n\rangle$ は構成できるか．もちろん，以上の問題は大変難かしく，一般的解答は期待すべくもないが，講演者の方法は一つの有力な指針を与えているように思われる．ただ，Mahowald 教授の話は，stable theory と unstable theory が入りまじっていて，わかりよいとはいい難かった.

さて，EHP 列と Adams(安定)スペクトル列は，球面のホモトピー群の計算における主要な方法である．この二つの間には，Kan とその group の人々によって，次の関係が知られている．$E_r^{s,t}(S^n)$ を $S^n$ の (unstable) Adams スペクトル列とすると，完全列$\to E_2^{s,t}(S^n)\to E_2^{s,t}(S^{n+1})\to E_2^{s-1,t-n-1}(S^{2n+1})\to\cdots$ が存在し，これが $E_\infty$ において EHP 列に対応する．同じ idea を double supension に応用する．$W_n$ を，自然な写像 $S^{2n-1}\to\Omega^2S^{2n+1}$ のファイバーとすると，完全列$\to E_2^{s,t}(S^{2n-1})\to E_2^{s,t}(S^{2n+1})\to E_2^{s,t-n}(W_n)\to$が得られる．また，$M=S^0\cup_2e^1$ を安定な $\boldsymbol{Z}_2$-Moore 空間とする時，次の定理が得られる.

**定理**.　準同型写像 $f_n$: $E_2^{s,t}(W_n)\to E_2^{s,t}(W_{n+1})$ が存在し，$6s>t+20-4n$ ならば，$f_n$ は同型である．また，$n$ が十分大で，$6s>t+18$ の時，$E_2^{s,t}(W_n)\cong\mathrm{Ext}_A^{s,t}(H^*(M;\boldsymbol{Z}_2);\boldsymbol{Z}_2)$ が成り立つ.

一方，安定な Adams スペクトル列 $E_\infty^{s,t}(M)$ (したがって，$M$ の安定ホモトピー群) は $6s>t+18$ 時，次の定理によって決定できる.

**定理**. $6s>t+18$ ならば，$E_\infty^{s,t}(M)\cong[E_2(M\wedge bo)\otimes(1+a)]^{s,t}$ が成り立つ．ただし，1 は degree $(0,0)$, $a$ は degree$(2,9)$ の元で，$bo$ は連結 $KO$ スペクトラムである.

最初の定理における写像 $f_n$ は代数的に定義されるが，これが幾何的に定義されれば大変面白いと思われる．また，上の定理の系として，例えば次の存在定理が導ける.

**定理**. $n>3$, $n\equiv3$ or $5 \pmod 8$ とする．この時，$j>$

$n+5$ なら $\pi_{j+n}(S^n) \neq 0$.

始めに書いた問題への具体的な応用については講演では十分述べられなかったが，それらについては，出版予定の proceeding を参照して頂きたい．

**H. Toda, Cohomology of the classifying space of exceptional Lie groups.**

単純 Lie 群とその分類空間のコホモロジー理論は，1953年以来，Borel, Araki 等により精力的に発展させられたが，例外 Lie 群 $G$ が $p$-torsion を持つ時，$H^*(BG; Z_p)$ の構造は次の場合が未解決のまま残されていた．

$$(G,p)=(F_4,3),\ (E_6,2),\ (E_6,3),\ (E_7,2),\ (E_8,2)\ (E_7,3),\ (E_8,3),\ (E_8,5).$$

講演では，上の case のうち初めの5つについて，Eilenberg-Moore のスペクトル列を用いることによって，$H^*(BG; Z_p)$ を調べ，特に$(F_4,3)$，$(E_6,2)$，$(E_7,2)$については additive には決定できることが話された．計算は大変複雑で follow するのに苦労したが，計算の方針は明快であった．結果も複雑であるので，ここに具体的に書くより，出版予定の proceedings を参照して頂くとして，ここでは計算の方法を紹介することにする．

Lie 群 $G$ から $BG$ の mod $p$ コホモロジーを計算する方法として，Serre のスペクトル列および Eilenberg-Moore のスペクトル列 $E_2=\mathrm{Cotor}_{H^*(G;Z_p)}(Z_p, Z_p)\Rightarrow E_\infty = G_r H^*(BG; Z_p)$ がある．$H^*(G; Z_p)$ は，Hopf 代数であるが，Serre のスペクトル列では $H^*(G; Z_p)$ が原始的に生成されてない時は，その Hopf 代数としての構造が，スペクトル列の微分に explicit には関係しないので，計算が困難である．一方 Eilenberg-Moore のスペクトル列では，$H^*(G; Z_p)$ の Hopf 代数としての構造は，$H^*(G; Z_p)$ から $\mathrm{Cotor}_{H^*(G;Z_p)}(Z_p, Z_p)$ を導く純代数的計算に完全に反映される．また，Eilenberg-Moore のスペクトル列では自明でない微分は非常に少ないことが予想され，実際多くの場合，スペクトル列は自明となる．この意味で．Eilenberg-Moore のスペクトル列の方が'よい'スペクトル列といえる．

さて $\mathrm{Cotor}_{H^*(G;Z_p)}(Z_p, Z_p)$ を計算するには，$H^*(G; Z_p)$ の Hopf 代数としての構造を決定しなければならないが，$H^*(G; Z_p)$ の Steenrod 代数 $A_p$ 上の構造が知られているならば，結局 $H^*(G; Z_p)$ の $A_p$ 上の原始的でない生成元 $x$ に対し，その余積 $\phi(x)$ が決定できればよい．例えば $H^*(E_6; Z_2)\cong Z_2[x_3]/(x_3^4)\otimes\Lambda(x_5, x_9, x_{15}, x_{19}, x_{23})$ では，原始的でない $A_2$ 上の生成元は，$x_{15}$ だけである．ところが，$\phi(x_{15})$ は $H^*(BE_6; Z_2)$ が16次元あたりまでわかれば決定できる．これを実際行うのは，少し技巧的であるが，$E_6$ の3連結ファイバー空間 $\tilde{E}_6$ のコホモロジーに関する，Kachi の結果を用いる．

**追記**．conference 中，private talk で知ったことだが，$H^*(B\,\mathrm{Spin}(n); Z_2)$ が Quillen によって計算されているらしい．

**M. Mimura, On the mod $p$ $H$-structure of spherical fibrations.**

有限 $H$-複体のホモトピー型による分類問題，あるいは与えられた複体が $H$-空間のホモトピー型をもつかどうかを判定したい時，局所化の理論は主要な方法の一つである．$X$ を mod $p$ $H$-空間とすると，その素数 $p$ での局所化 $X_{(p)}$ は $H$-空間であり，逆に local な $H$-空間から mixing の方法で $H$-空間を構成できる．

有限な mod $p$ $H$-複体 $X$ については，(1) (Hopf) $H^*(X; Q)\cong\Lambda(x_1,\cdots,x_l)$，(2) (Browder) $X$ は mod $p$ コホモロジー群において，Poincaré duality をみたすことが知られている．上の(1)における $l$ を $X$ の rank という．さて，分類問題を考える時，rank の小さなものから決定しようとするのは自然であるが，これについて，J. Stasheff は次の問題を提出している．

**予想**．勝手な $n$ について，rank が $n$ の $H$ 空間のホモトピー型は有限個である．

さて rank 1 の分類問題は，Browder によって完全に解かれている．特に球面の $H$-構造についての Adams の結果は基本的である．

**定理**．$S^n$ が mod $p$ $H$ 空間であるための必要十分条件は，

(i) $n=1, 3$ or $7\ (p=2)$

(ii) $n$ は奇数($p$ 奇数)．

したがって，上の予想は完全に，mod 2 ホモトピー型の問題である．三村氏の講演は，rank 2 の mod $p$ $H$-空間で，$p$-torsion を持たない場合の，local な分類問題といえる(rank 2 の global な分類問題は，単連結の場合，三村-西田-戸田により解決されている)．さて，3胞体複体 $B=S^q\cup_\alpha e^n\cup e^{n+q}$ を考えよう．$B$ の mod $p$ $H$-構造について，まず $n-1<q$ あるいは $q=1$ (したがって $\alpha=0$)の時は，rank 1 の場合に帰着されることがわかる．

**定理**．$n-1\geq q>1$ とする．もし $B$ が mod $p\ (p\geq 3)$ $H$-空間であれば，$B$ は $S^n$ 上の $S^q$ ファイバー空間の mod $p$ ホモトピー型を持つ．

次は逆に，写像 $\alpha$: $S^{n-1}\to S^q$ が与えられた時，適当な条件の下で，$B=S^q\cup_\alpha e^n\cup e^{n+q}$ なる mod $p$ $H$ 空間を構成する．Stiefel ファイバー束 $S^q\to V_{q+2,2}\to S^{q+1}$ より，

写像 $S_\alpha$: $S^n \to S^{q+1}$ によって誘導されたファイバー束 $S^q \to B_\alpha \to S^n$ を考えると，$p$ が奇数の時，$B_\alpha$ は $S^q \bigcup_\alpha e^n \cup e^{n+q}$ の mod $p$ ホモトピー型であることがわかり，さらに次の定理が得られる．

**定理．** $p \geq 5$ ならば，$B_\alpha$ は mod $p$ $H$-空間である．

**定理．** $p$ が3の時，$\alpha=\alpha_1\beta_1^i$ $(i=0,1,2)$，$q=9$，15 とすれば，$S^q \bigcup e^n \cup e^{n+q}$ は mod 3 $H$-構造を持たない．

ここで興味深いのは，rank 2 の $H$ 空間では，素数3が（素数2と同様の）特別の意味を持っていることである．これは，球面の mod $p$ $H$-構造の associativity が，$B=S^q \cup e^n \cup e^{n+q}$ に mod $p$ $H$-構造を与えるための障害と関係しているからであるが，このような現象が rank $=3, 4\cdots$ の時，さらに起るかどうかは面白い問題であろう．

## 印象記：4月14日(2)

森田茂之（東京大学）

B　(Sato-Siebenmann)

A　(Kirby-Fukuhara)

**H. Sato, Constructing manifolds by homotopy equivalences.**

この講演は，Sato の最近の仕事――ホモロジー多様体の，Novikov-Browder 理論に沿った研究――のその後の発展を，簡潔に要約したものである．まずはじめに，Sato-Cohen-Sullivan による定理が述べられた．

**定理 0.** $M$ を $n$ 次元閉ホモロジー多様体とする（$n \geqq 5$）．この時，ある障害類

$$\lambda(M) \in H_{n-4}(M, \mathcal{H}^3)$$

が定義でき，$\lambda(M)=0$ ならば，ある PL 多様体 $N$ と acyclic 写像 $f: N \to M$ が存在する．

ここに $\mathcal{H}^3$ は，3次元ホモロジー球面の $H$-同境群である．さて

$$i: \mathcal{H}^3 \to \boldsymbol{Z}/2$$

を，parallelizable 多様体を bound させて 1/8 sign mod 2 をとる準同型写像とする．この時，Sato の主定理は次の通りである．

**定理 1.** $M$ を $n$ 次元閉ホモロジー多様体とする（$n \geqq 5$）．この時，ある $n$ 次元閉位相多様体 $N$ と写像 $f: N \to M$ で，$f$ が基本群とホモロジー群の同型を導くようなものが存在する（以後このような写像 $f$ を $(\pi_1, H_*)$ 同値写像と呼ぶ）．さらにもし $n$ が偶数ならば，$f$ を simple ホモトピー同値写像にとれる．$n$ が奇数の時は，ある障害 $O \in L_n(\pi_1(M))$ が消えれば，$f$ を simple ホモトピー同値にとれる．

**定理 2.** $M$ を定理1の通りとする．

$$\delta: H_{n-4}(M, \boldsymbol{Z}/2) \to H_{n-5}(M, \boldsymbol{Z})$$

を integral Bockstein 準同型写像とする．この時，もし，$\delta i_*(\lambda(M))=0$ ならば，ある PL 多様体 $N$ と $(\pi_1, H_*)$ 同値写像 $f: N \to M$ が存在する．さらに，ある障害 $O \in L_n(\pi_1(M))$ が消えれば，$f$ は simple ホモトピー同値にとれる．

証明は PL トポロジーの様々な手法を駆使して行われる．講演では，その outline のみが述べられたが，主として外国人による多くの質問が出され，たいへん好評を博した．この方面の残された問題は，今のところほとんど何の情報も得られていない群 $\mathcal{H}^3$ と準同型写像 $i: \mathcal{H}^3 \to \boldsymbol{Z}/2$ との研究であろうが，Sato を中心とする，多くの人の努力にもかかわらず，神秘のヴェールにつつまれたままである．

**Siebenmann, Triangulation and Hauptvermutung for Hilbert cube manifolds.**

Kirby と Siebenmann による有名な研究により，PL 多様体の simple ホモトピー型の位相不変性は証明されたが，任意の有限複体の場合には，その後も未解決であった．この講演では，最近の Chapman によるこの問題の肯定的解決の紹介が行われた．方法は，R. D. Anderson 等により，始められた．無限次元トポロジーの手法によるものである．無限次元トポロジーでは，有限の場合にくらべて，面倒なことがほとんどおこらず，理論は形の上では非常に単純になっている．そのためか，時にあまり重要視されない傾向もあるようだが，Chapman のこの結果は，それが有限次元トポロジーへの強力な応用が可能であることを示した．講演では idea および証明がかなり詳細にわたって示されたが，ここでは割愛する．

**Kirby, Structures on topological manifolds.**

位相多様体の charts の変換群がどこまでよい条件を満たすようにとれるかという話．Top$(n)$=Homeo$(\boldsymbol{R}^n)$ (compact open topology) の部分群として，次の三つのものを考える．

1. $MEAS_n$={測度ゼロを保つもの}
2. $LIP_n$={Lipschitz 条件を満たすもの}
3. $\gamma_n$={グラフが，$\boldsymbol{R}^n \times \boldsymbol{R}^n$ の $C^r$-部分多様体になるような写像 $f: \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}^n$ の有限回の合成}

主定理は，$G_n$ を上の三つの群のいずれかとする時，

**定理．** $G_n$ が局所可縮で engulfing の手法を許すなら

ば，任意の多様体 $M^m$ $(m \neq 4,\ \dim \partial M \neq 4)$ は $G_m$-構造をもつ.

証明は，例の Kirby と Siebenmann の位相多様体に関する結果の証明の技術と類似の方法による.

今までに得られた結果として，$\gamma_n \supset PL_n$, $B^k \times \boldsymbol{R}^n$ の Lipschitz 同相の全体 (compact open topology) は局所可縮，$MEAS_n$ が局所可縮ならば，すべての多様体は $MEAS$-構造をもつ，等があることが述べられた．また $LIP=PL$ か？ とか Nash の定理の topological version を求む等の関連する問題も提出されたが，総じて未完成の感が強く，69 年の有名な仕事にくらべれば，まだまだ印象はうすい．しかし，もしすべての位相多様体が $MEAS$-構造をもつことが示されれば，位相多様体の de Rham 理論の可能性を強く暗示すると思われ，新たな理論の展開も期待されよう.

**S. Fukuhara, On homotopy projective 5-spaces.**

Giffen, Siebenmann 等により，5 次元実射影空間 $P^5$ とホモトピー同値な微分可能多様体は，up to 微分同相で丁度 4 個あり，またそれらは Brieskorn variety 上の involution を考えることにより，具体的に得られることも知られている．Fukuhara は，この involution および関連の深いその他の多様体を考察することにより，これら 4 個の多様体の構造を，田村による多様体の回転構造の概念により明確にした．系として，ある種の 4 次元多様体 ($P^2$ 上の $S^2$ バンドル) 上に，exotic 自己 $PL$-同型 (位相的には，identity に pseudo-isotopic だが，$PL$ ではそうではないもの) の存在を示した．これらの結果は，Fukuhara による 4 次元多様体のねばり強い研究の成果であり，5 次元以上の topology がある意味で転回点にきた今，彼の今後の活躍が期待される.

## 印象記：4 月 16 日 (1)

一 楽 重 雄 (津田塾大学)

この日最初の講演は，**Kuiper** 教授の 'Topology of orbits of a linear vector field on $\boldsymbol{R}^n$' であった. Kuiper 教授は，次のような日本語の挨拶で話を始めた. 'みなさん，こんにちわ．私は今フランスのパリに住んでいますが，オランダ人です．400 年の永い間，オランダと日本が友好を続けて来たことは，本当に嬉しく思います．私は，$n$ 次元ユークリッド空間の上の flow について話しますが，私は日本語を続けることができませんので，英語で話します.'

講演の内容は，$n$ 次元ユークリッド空間上の線型常微分方程式の解曲線を位相的に分類するというものであった．Robbin との共著の論文 '線型自己準同型写像の位相的分類' とほぼ同様の手法を用いているが，今度の場合は，完全な解答が得られている点が注目される．以下に概略を述べる.

$V$ を $n$ 次元ユークリッド空間，$\sigma \in \mathrm{End}\ V$ を線型自己準同型写像とする．このとき，次の形の微分方程式を考える.

$$\frac{dx}{dt} = \sigma x \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

この方程式の $x_0 \in V$ を通る解は，明らかに $e^{t\sigma}x_0$ で与えられる．次に，パラメータの変数変換と $V$ の座標変換を施してみる．すなわち，$x=\varphi y$, $t=cs$ ($\varphi: V \to V$ 線型同型写像) によって，変換すると，(1) は次の形になる.

$$\frac{dy}{ds} = c\varphi^{-1}\sigma\varphi y,$$

つまり，

$$\frac{dx}{dt} = \sigma' x,\ \ \sigma' = c\varphi^{-1}\sigma\varphi \in \mathrm{End}\ V \ \cdots\cdots(2)$$

このとき，微分方程式 (1) と (2) は，線型同値であると言い，$\sigma \overset{l}{\sim} \sigma'$ と書く．次に 2 つの $\sigma$, $\sigma' \in \mathrm{End}\ V$ によって決まる (1) の型の微分方程式を考え，(線型とは限らない) ある同相写像 $\psi: V \to V$ が存在して，$\psi$ が $\sigma$ の解曲線を $\sigma'$ の解曲線に写し，$\psi^{-1}$ も解曲線を解曲線に写すとする．このとき，2 つの微分方程式を位相的に同値と言い，$\sigma \overset{t}{\sim} \sigma'$ と書く．$\sigma \overset{l}{\sim} \sigma'$ なら，$\sigma \overset{t}{\sim} \sigma'$ は明らかである．問題は，$\sigma \overset{t}{\sim} \sigma'$ なる必要条件を求めることである.

$\sigma \in \mathrm{End}\ V$ に対して，$V_+(\sigma)$, $V_-(\sigma)$, $V_0(\sigma)$ をそれぞれ $\alpha>0$, $\alpha<0$, $\alpha=0$ なる固有値 $\alpha+i\beta$ に属する固有空間とする.

**定理．** $(\sigma \mid V_0(\alpha)) \overset{l}{\sim} (\sigma' \mid V_0(\sigma'))$, $\dim V_\pm(\sigma)=\dim V_\pm(\sigma')$ のとき，またそのときに限って，$\sigma \overset{t}{\sim} \sigma'$ である.

次の講演は，**志賀**教授の 'Cohomology of Lie algebras over a manifold' であった．多様体上のベクトル束の cross-section の空間を，新しい観点から扱うという話であった.

$M^n$ を $n$ 次元可微分多様体，$E$ を $M$ 上の可微分ベクトル束，$\Gamma(E)$ を compact $C^\infty$-topology を持った $E$ の smooth section の空間とする．$\Gamma(E)$ にブラケット積 $[\xi,\eta]$ があって，$\xi,\eta$ に関して連続かつ $\mathrm{supp}\ [\xi,\eta] \subset \mathrm{supp}\ \xi \cap \mathrm{supp}\ \eta$ を満たすとき，$\Gamma(E)$ を $M$ 上の Lie algebra と呼ぶ．$W$ を $M$ 上のベクトル束とする．Lie algebra 表現 $\varphi: \Gamma(E) \to \mathrm{Hom}\ (\Gamma(W), \Gamma(W))$ で，$\varphi(\xi)w$ が $\xi, w$ に関して連続かつ $\mathrm{supp}\ \varphi(\xi)w \subset \mathrm{supp}\ \xi \cap \mathrm{supp}\ w$

を満たすとき，微分表現と呼ぶ．$\Gamma(E)$ の $\Gamma(W)$ への交代 $p$ 次線型形式 $L$ が，$\mathrm{supp}\ L(\xi_1,\cdots,\xi_p)\subset \mathrm{supp}\ \xi_1\cap\cdots\cap \mathrm{supp}\ \xi_p$ を満たすとき，微分 $p$-コチエインと呼ぶ．微分 $p$-コチエイン全体を $C^p[E,W]$ とし，$C^0[E,W]=\Gamma(W)$ とする．

**命題 1.**　$J^k(E)$ を $E$ の $k$-th jet 束とすると，$C^p[E,W]\cong\Gamma(\varinjlim_k \mathrm{Hom}(\Lambda^pJ^k(E),W))$ が成り立つ．

次に，$C^p_k[E,W]=\Gamma(\mathrm{Hom}(\Lambda^pJ^k(E),W))$ とおくと，$M$ がコンパクトなら，

$$C^p_0[E,W]\subset C^p_1[E,W]\subset\cdots\subset C^p_k[E,W]\subset\cdots$$

が $C^p[E,W]$ の (jet) filtration を与える．微分表現 $\varphi$ が与えられると coboundary $d:C^p[E,W]\to C^{p+1}[E,W]$ が定義されて，$\{C^p[E,W],\ d\}$ は複体になる．この複体のコホモロジーを $H^*(E,W)$ で表わす．$k\geqslant k_0$ な $k$ に対して，$C^p_k[E,W]$ が $C^p[E,W]$ の部分複体になって $C^p[E,W]$ と同じコホモロジーを持つとき，$C^p[E,W]$ は stable jet range $k\geqslant k_0$ を持つという．また，$l\geqslant l_0$ に対して，$C^p_l[E,W]$ が部分複体になってしかも $M$ 上の楕円的複体になるとき，$C^p[E,W]$ は elliptic range $l\geqslant l_0$ を持つという．

$\tau(M)$ を $M$ の接ベクトル束とする．$A(M)=\Gamma(\tau(M))$ は，Lie algebra である．$a_n$ を Krull topology を持った formal vector fields の作る Lie algebra, $m$ を極大イデアル，$L_k=m^{k+1}a_n$ とする．$L_k$ は，$\dim(L_0/L_k)<\infty$ なる $L_0$ のイデアルで，$L_0=\mathfrak{gl}(n,\boldsymbol{R})\oplus L_1$ となる．$G(k)$ を原点固定の $\boldsymbol{R}^n$ の微分同相写像の原点での $k$-th jet group とすると，これの Lie algebra は $L_0/L_k$ に同型である．$J^{h-1}(\tau(M))$ の構造群は $G(h)$ に reduce するから，その随伴主束を $P(h)$ とする．今，$G(h)$ の有限次元の表現 $\rho:G(h)\to GL(V)$ が与えられたとする．$L_0/L_{h-1}$ の $V$ への表現 $d\rho$ を $L_0$ の表現と考えたものを $d\rho_\sharp$ とする．$\{\eta^\mu_A\}\in L_0$ ($\mu=1,\cdots,n$, $A$: multi-indices, $|A|\geqslant1$) に対して，$d\rho_\sharp(\{\eta^\mu_A\})=\sum C^{\alpha}_{\beta}{}^{A}_{\mu}\eta^\mu_A e^\beta\otimes e_\alpha$ と書けているとする．ただし，$e_\alpha$ は $V$ の基，$e^\beta$ は双対基である．$W=P(h)\times_\rho V$ とする．

**命題 2.**　微分表現 $\rho^\sharp: A(M)\to\mathrm{Hom}(\Gamma(W),\ \Gamma(W))$ が存在し，局所的には，$\rho^\sharp\left(\sum\xi^\mu\dfrac{\partial}{\partial x^\mu}\right)(\sum\sigma^\alpha\tilde{e}_\alpha)=\sum\xi^k\dfrac{\partial\sigma^\alpha}{\partial x^\mu}+\sum C^{\alpha}_{\beta}{}^{A}_{\mu}\dfrac{\partial^{|A|}\xi^\mu}{\partial x^A}\sigma^\beta\tilde{e}_\alpha$ と表わされる．ただし，$\tilde{e}_\alpha$ は $W$ の局所基．

**定理 1.**　$H^*(\tau(M),W)$ に収束する spectral sequence $E^{p,q}_r$ が存在し，$\underline{H}^q(L_0,V)$ を stalk が $H^q(L_0,V)$ と同型な局所係数として $E^{p,q}_2=H^p(M,\underline{H}^q(L_0,V))$ が成り立つ．

**定理 2.**　$\{C^p[\tau(M),W],\ d\}$ は，elliptic range $l\geqslant h$ を持つ．

**定理 3.**　$\rho|GL(n,\boldsymbol{R})$ が完全可約なら，$\{C^p[\tau(M),W],\ d\}$ は stable jet range $k\geqslant k_0$ を持つ．

講演ではさらに，定理3での $k_0$ の決定とある場合には $H^*(\tau(M),W)=0$ となることが述べられたが，詳細は省略する．

午後最初の講演(B 会場)は，**白岩**教授の 'Some Corditions on Anosov diffeomorphisms' であった．

ある種の多様体は，Anosov 微分同相写像を持たない，という話であった．以下，その概略を述べる．

$M$ を可微分多様体とする．微分同相写像 $f: M\to M$ が次の条件を満たすとき，Anosov 微分同相写像と呼ぶ．M の接ベクトル束を $T(M)$ とすると，$T(M)=E^u\oplus E^s$ と書け．$Tf(E^u)=E^u$，$Tf(E^s)=E^s$ である．また，$c>0$, $\lambda>1$ が存在して，$v\in E^s$ と $n>0$ に対して $\|Tf^n(v)\|\leq c^{-1}\lambda^{-n}\|v\|$，$v\in E^u$ と $n>0$ に対して $\|Tf^n(v)\|\geq c\lambda^n\|v\|$ が成り立つ．

**定理 1.**　$f: M\to M$ を Anosov 微分同相写像とし，$E^u$ または，$E^s$ が向き付け可能であるとする．このとき，$f^n_*: H_*(M:\boldsymbol{R})\to H_*(M:\boldsymbol{R})$ ($n\neq0$) は，恒等写像であり得ない．

この定理を証明するには，$f$ の周期点の個数に注目する．$f$ が定理の仮定を満たせば，$f$ の固定点指数の符号が一定になり，$f$ の Lefshetz 数 $L(f)$ の絶対値は，固定点の個数に等しい．またこのとき，$f^n$ も定理の仮定を満たす．$f_*$ が恒等写像であると仮定すると，$L(f)=L(f^n)=M$ のオイラー数となり，$f$ の周期点の個数は有限個．一方，Anosov 微分同相写像は，無限個の周期点を持つことが知られているから，これは矛盾である．次が成りたつ．

**系 1.**　$Q$-homology 球面，特に homotopy 球面は，Anosov 微分同相写像を持たない．

**系 2.**　普遍被覆空間が homotopy 球面になる多様体，特にレンズ空間，実射影空間は Anosov 微分同相写像を持たない．

$\varepsilon(M)$ を $M$ の自己ホモトピー同値写像のホモトピー同値類のなす群とし，$\varepsilon_0(M)$ を，整係数ホモロジー群の恒等写像を引き起こすものからなる $\varepsilon(M)$ の部分群とする．

**系 3.**　$\varepsilon(M)/\varepsilon_0(M)$ が有限なら，$M$ は Anosov 微分同相写像を持たない．

**系 4.**　$\mathrm{Aut}(H_*(M:\boldsymbol{Z}))$ が有限なら，$M$ は Anosov 微分同相写像を持たない．

**系 3.**　任意の $q\geq0$ に対して $\dim H_q(M:\boldsymbol{R})\leq1$ なら，$M$ は Anosov 微分同相写像を持たない．例えば，複素，四元数，Cayley 射影空間がそうである．

次に，$H^*(M:\boldsymbol{R})$が，奇数次数の生成元上の graded exterior algebra になっているという条件 $(T)$ を考える．$D$ を $H^*(M:\boldsymbol{R})$ の decomposable な元のなすイデアル，$P=\bigoplus_{q>0} H^q(M:\boldsymbol{R})/D$ とする．連続写像 $f:M\to M$ は，$f_P:P\to P$ を導く．

**定理 2.** $M$ を $(T)$ を満たすコンパクトな多様体，$f:M\to M$ を Anosov 微分同相写像とし，$E^u$ が向き付け可能とする．このとき，$f_P:P\to P$ は 1 の巾乗根を固有値として持たない．

この定理からいくつかの系が導かれるが，ここでは省略する．

次の講演は，**池上**氏の 'On structually stability and weak stability of dynamical systems' であった．

$M$ を連結な $C^\infty$-多様体とする．$\mathcal{D}^r(M)$ は，Whitney $C^r$-topology を持った $C^r$-微分同相写像全体の空間とする．$f,g\in\mathcal{D}^r(M)$ に対して，同相写像 $h:M\to M$ が存在して，$hf=gh$ が成り立つとき，$f$ と $g$ は conjugate であるといい，$f\sim g$ と書く．また，$g$ の任意の近傍 $V$ に対して $f$ の近傍 $U$ が存在して，任意の $f'\in U$ に対して $f'\sim g'$ となる $g'\in V$ が存在するとき $f\gtrsim g$ と書く．$f\gtrsim g$ かつ $g\gtrsim f$ のとき，$f\simeq g$ と書く．$f\in\mathcal{D}^r(M)$ が $C^r$-(弱)構造安定性を持つとは，$f$ の $\mathcal{D}^r(M)$での近傍 $U$ が存在して，任意の $g\in U$ に対して $g\sim f$ $(g\simeq f)$ が成りたつことをいう．同様にして，$\Omega$-conjugete の概念を弱くして $g\gtrsim_\Omega f$，$g\simeq_\Omega f$ を定義することができ，したがって，$C^r$-弱 $\Omega$ 安定性を定義することができる．

**定理 1.** $f$ をコンパクトな多様体上の $C^r$-微分同相写像 $(1\leqq r\leqq\infty)$ とする．$f$ が $C^r$-弱構造安定性を持てば，$f$ の任意の周期点は双曲型である．

**定理 2.** $f$ をコンパクトな多様体上の $C^1$-微分同相写像とし，非遊走的な点を有限個しか持たないとする．このとき $f$ が $C^1$-弱構造安定性を持てば，$f$ は $C^1$-構造安定性を持つ．

**定理 3.** $M$ を 2 次元以上のコンパクトな可微分多様体とすると，$\mathcal{D}^r(M)$ の中にある開集合 $N$ が存在して，$N$ に含まれる任意の微分同相写像は $C^r$-弱構造安定性を持たない．ただし $2\leq r<\infty$.

**定理 4.** $\mathcal{D}^r(T^3)$ の中に，ある開集合 $U$ が存在し，$U$ に含まれる任意の $f$ は，$C^r$-弱 $\Omega$ 安定性を持たない$(1\leq r\leq\infty)$．

**定理 5.** $\mathcal{D}^r(T^3)$ の中に可付番集合 $\{h_j\}$ と Baire 集合 $B$ が存在して，任意の $f\in B$ に対して $h_j$ が存在し $f\simeq_\Omega h_j$ となることはあり得ない．$(1\leqq r\leqq\infty)$

flow に対しても同様にして $C^r$-弱構造安定性等の概念が定義される．

**定理 6.** $\boldsymbol{R}^2$ 上の $C^r$-ベクトル場全体の空間の中にある開集合 $N$ が存在して，次が成りたつ．

1) $N$ の任意の元は，$C^r$-構造安定性は持たないが，$C^r$-弱構造安定性，$\Omega$ 安定性を持つ．

2) $N$ は非可算無限個の同値でない flow を含む．

最後の講演は，ソ連の盲目の数学者 **A. G. Vitushkin** 氏の 'On Polynomial transformation of $\boldsymbol{C}^n$' であった．

$\psi:\boldsymbol{C}^n\to\boldsymbol{C}^n$ を $x'_k=P_k(x_1,\cdots,x_n)$ $(k=1,2,\cdots,n)$ で与えられる変換とし，$P_k$ が多項式で，ヤコビ行列式の値 $\partial(P_1,\cdots,P_n)/\partial(x_1,\cdots,x_n)=1$ であるとする．このとき，この逆変換が再び多項式で与えられること，もしくは多項式では与えられないことを証明するのが問題である．この問題は，1939 年に Keller によって提起されたが，$n=2$ の場合でも，まだ未解決である．また，この問題に関して，A. Magnus (1955)，L. Marker-Limanov (1970)，Friedman (1973) 等の結果が知られている．さらに，これらとは異なった次のような方法も知られている．

$Q=Q(x,y)$，$R=R(x,y)$ を 2 つの 2 変数多項式とし，$\partial(Q,R)/\partial(x,y)=1$ と仮定する．$\boldsymbol{C}^2$ に有限個のリーマン球 $S_i$ $(i=1,2,\cdots,\nu)$ をたしてコンパクトな代数多様体 $\overline{\boldsymbol{C}^2}$ に拡張するが，$Q$ と $R$ が連続的に $\overline{\boldsymbol{C}^2}$ 全体に拡張されるように，このコンパクト化を行なうことができる．開多様体 $\widetilde{\boldsymbol{C}^2}=\{(x,y)\in\boldsymbol{C}^2\,|\,|Q|+|R|<\infty\}$ と写像 $\psi:\widetilde{\boldsymbol{C}^2}\to\boldsymbol{C}^2$ $(x'=Q(x,y),\ y'=R(x,y))$ を pseudocovering と呼び，$\rho$ と書く．$\widetilde{\boldsymbol{C}^2}$ は $\boldsymbol{C}^2$ と有限個の complex line からなっている．$\psi$ は，もしヤコビ行列式の値が 1 ならばこれらの complex line 上だけで bifurcate し得る．この変換 $\psi$ が global な同相写像でないと仮定すると，$\rho$ は branched pseudocovering になる．この pseudocovering の正則部分（$\psi$ が local な同相写像になる最大の開部分多様体）$\rho^g$ は $\boldsymbol{C}^2$ を含み単連結になる．branch points の集合，$\rho-\rho^g$ は有限個の交わらない line からなっている．このような性質を持つ pseudocovering の存在は信じ難いが，写像 $\psi$ の analyticity を無視すれば，このような covering を作ることができる．また，正則部分が $\boldsymbol{C}^2$ に同相で，bifurcation curve が complex line に同相な $\boldsymbol{C}^2$ 上の 3 重 pseudocovering の例を作ることができるが，これの開 pseudocovering の自然なコンパクト化は，2 次元複素射影空間上の 3 重 pseudocovering $\bar{\rho}$ をひき起こす．実は，$\bar{\rho}$ は $\boldsymbol{C}^2$ と 2 つのリーマン球からなっていることがわかる．

この例は，多項式変換の位相的性質のみを使っただけ

では Keller の問題の肯定的な解を得ることはほとんど不可能であることを示している.

## 印象記：4月16日(2)

内 田 伏 一 (大阪大学)

多様体国際会議6日目（4月16日）の講演の中から次のものについての印象記を割り当てられた.

川久保勝夫(阪大)：The index and the generalized Todd genus of $Z_p$-actions.

服部晶夫(東大)：Equivariant characteristic numbers and integrality theorem for unitary $T^n$-manifolds.

F. Raymond (Michigan 大)：Realizing finite groups of homeomorphisms from homotopy classes of self-homotopy-equivalences.

吉村善一(大阪市大)：Projective dimension of $MU_*$-modules of $CW$-spectra.

西田吾郎(京大数解研)：The nilpotency of elements of the stable homotopy groups of spheres.

主として多様体上の群作用とコボルディズム論に関するものである. 順を追って内容に触れながら印象を記していこう.

**川久保**氏の講演は, まず Atiyah-Hirzebruch 等によって知られていた $S^1$-作用についての指数定理が, $Z_p$-作用についても条件つきで成り立つという話に始まった. 方法は, $Z_p$-作用を準自由 $S^1$-作用で近似するというものであるが, その証明には改良の余地があるように見受けられる. 次いで準自由 $S^1$-作用の場合の Ossa の方法にならって, $Z_p$-作用の不動点集合の次元を評価する問題について述べられたが, コボルディズム論的に考察すると, $S^1$-作用等の場合に比較してあまり良い情報が得られないのが残念である. 次に weakly complex $Z_p$-作用について論じられ, $S^1$-作用の場合の Kosniowski の公式が, $Z_p$-作用の場合にも多様体の次元に制限をつければ成立するということであった. 以上の研究において, $Z_p$-作用に関するある種の不変量が準備され, 最後に, この不変量を用いて, Brieskorn 球面上の $Z_p$-作用を分類する話があった. 群作用をもつ多様体を分類する際, Atiyah-Singer の $G$ 指数定理を使うことが多いが, $G$ 指数定理の効果があまり期待できない問題について, 初等的に得られる不変量を構成して分類問題を論じることは, 目下, 川久保氏の独壇場という感がある.

**服部**氏の講演は, コンパクトリイ群 $G$ に対して, weakly complex $G$-多様体に, 同変 $K$-理論における特性数の列を対応させることによって, weakly complex $G$-多様体の作るボルディズム環 $U_*^G$ からの環準同型写像

$$\rho : U_*^G \longrightarrow K_G^*[[t]]$$

を定義し, $\rho$ を通して $U_*^G$ の構造等を研究しようという話であった. 一方には $U_*^G$ を含む Conner-Floyd 流の完全列があり, 他方には $K_*^G[[t]]$ に関する局所化があるが, 先の環準同型写像 $\rho$ を通じてこれ等がうまく結びつき, とくに $G=T^n$(トーラス群)の場合には $\rho$ が単射であり, ある種の integrality theorem が成り立つことが述べられた. この integrality theorem 等を証明するには, $T^n$-作用を, $S^1$-作用に環元して研究されるらしいのであるが, その際に補助手段として用いられるものが, それ自身別の興味があるとして, かなりの時間を割いて述べられた. この数年間, tom Dieck によって, 同変コボルディズム論の立場から, $U_*^G$ の研究が活発になされており, 種々の興味ある結果が発表されて来ているが, 中には, まだ疑問の残る定理も含まれている. これに対して, 服部氏の研究は, より幾何学的な構成に基づいて, 同変コボルディズム論を使わずに同等の結果が得られるものであり, 今後一層の成果を得られるものと期待している. 講演の中で注意されたことであるが, $G$ が topologically cyclic でない場合 $K_*^G[[t]]$ の局所化 $S^{-1}K_*^G[[t]]=0$ となるので, 服部氏の方法によっても, tom Dieck の方法によっても, 非可換群 $G$ に対しては, 有効な情報がほとんど得られない. したがって非可換群 $G$ に対しては, 何か新しい考え方が必要になるものと思われる.

**Raymond** 氏の講演は, この数年来の P. Conner との共同研究による一連の成果の中の一つについて話されたものである. 閉多様体からなる適当に大きな類を考える. この類に属する多様体 $X$ に対して, $X$ の self-homotopy-equivalences のホモトピー類全体の作る群 $\mathcal{E}_0(X)$ を計算すること, さらに $\mathcal{E}_0(X)$ の有限部分群を $X$ の同相写像の作る有限群として実現すること, を問題として取り上げた.

$X$ が aspherical 閉多様体, すなわち, $X$ の普遍被覆空間が可縮である, さらに言い換えれば $X$ が $K(\pi_1(X), 1)$ であるとき, 障害理論によって,

$$\mathcal{E}_0(X)=\mathrm{Out}\,(\pi_1(X))=\mathrm{Aut}\,(\pi_1(X))/\mathrm{Inner\ Aut}(\pi_1(X))$$

であることがわかる. したがって, aspherical 閉多様体 $X$ に対して $\mathcal{E}_0(X)$ を計算する問題は, 群 $L$ に対して $\mathrm{Out}(L)$ を計算する問題と, $L$ を基本群とする aspherical 閉多様体を構成する問題とに環元される. $L$ が半直積 $\pi \underset{\Phi}{\circ} Z$ の場合には, $\pi$ と $\Phi$ に関するある条件の下で, $\mathrm{Out}(L)$ が計算できること, および $\pi$ が aspherical 閉多様体の基本群として実現されているとき, $\pi \underset{\Phi}{\circ} Z$ も

aspherical 閉多様体の基本群として実現されることが述べられた．

次に $\mathcal{E}_0(X)$ の有限部分群を $X$ の同相写像の作る有限群として実現する問題について，やはり $X$ がaspherical 閉多様体であって，$\pi_1(X)=\pi\underset{\Phi}{\circ}Z$ と表わせる場合について，$\pi$ と $\Phi$ に関するある条件の下で $\mathcal{E}_0(X)$ のすべての有限部分群が $X$ の同相写像の作る有限群として実現できること，言い換えれば $\mathcal{E}_0(X)$ の任意の有限部分群 $G$ に対して，$G$ が $X$ 上に効果的に作用し得ること，が述べられた．一般論に続いて若干の具体例による説明があった．非常に平坦な話し振りで，要点がつかみにくいため，講演内容に深い関心をもつもの以外にはわかりにくい講演であったようだ．

この講演においては触れられなかったが，P. Conner との共同研究において，aspherical 閉多様体で，単位群以外のどんな有限群も効果的には作用し得ない例を構成することに成功していることを記しておく．

**吉村**氏の講演は，大島氏との共同研究に基づく報告であった．複素ボルディズム理論から特異ホモロジー論への Thom 準同型写像 $\mu(X): MU_*(X)\to\tilde{H}_*(X)$ について，Conner-Smith は $\mu(X)$ が全射であるための必要十分条件を4つ挙げている．一方 Baas は，ホモロジー論の列 $MU_*(\ )=MU\langle\infty\rangle_*(\ )\to\cdots\to MU\langle n\rangle_*(\ )\to\cdots\to MU\langle 0\rangle_*(\ )\cong\tilde{H}_*(\ )$ を構成し，Thom 準同型写像が分解されることを示している．$\mu\langle n\rangle(X): MU_*(X)\to MU\langle n\rangle_*(X)$ について，これが全射であるための必要十分条件が，Conner-Smith の挙げている条件に対応して得られるかという問題を考える．そして，Conner-Smith の4条件の中の3つに対応する条件が $\mu\langle n\rangle(X)$ が全射であることと同値であり，残りの1つに対応する条件は弱い条件であることが示された．30分講演のため十分な説明はなされなかったが良く整理された報告であった．

**西田**氏の講演は，球面の安定ホモトピー群についての M. Barratt による予想が肯定的に解決できたという報告であった．$G_t=\lim\limits_{N}\pi_{N+t}(S^N)$ とするとき，$G_*=\bigoplus\limits_{t}G_t$ は写像の合成によって次数つき環となるが，各 $t>0$ に対して，$G_t$ の各元は巾零であるという定理が成り立つことが報告された．証明には 'extended $n$-th power' functor が重要な役割を演じるとのことで，その一般的性質が若干論じられ，さらに最近 Kahn-Priddy によって証明された一定理が決定的な役割を果たすということであった．私にとっては専門外の分野であり，その内容に深入りすることができないのは残念である．

## 印象記：4月17日(1)

三村　護（京都大学）

**F. P. Peterson : Modules over the Steenrod algebra.**

$R$ を1を持つ可換環，$\Lambda$ を $R$ 上の次数つき多元環，${}_\Lambda\mathcal{M}(\mathcal{M}_\Lambda)$ を次数つき左(右)加群と次数0の準同型写像のカテゴリーとする．

**定義**．$M\in{}_\Lambda\mathcal{M}(\mathcal{M}_\Lambda)$ が $b^2$ (下に有界) $\Longleftrightarrow$ 整数 $N$ があってすべての $i<N$ に対して，$M_i=0$ となる．

**定義**．$\Lambda$ が quasi-Frobenius $\Longleftrightarrow {}_\Lambda\mathcal{M}(\mathcal{M}_\Lambda)$ において，injective＝projective＝flat が成立つ．

**定義**．$\Lambda$ が Poincaré 多元環 $\Longleftrightarrow \Lambda$ が $R$ 上の有限生成の射影的加群で，写像 $\Lambda_n\to R$ が存在して，$\Lambda_i\otimes\Lambda_{n-i}\to\Lambda_n\to R$ が双対 pairing になっている．

**定理**．$R$ に適当な条件があり，$\Lambda_i=0\ (i<0)$ とする．この時，$\Lambda$ が quasi-Frobenius $\Longleftrightarrow \Lambda$ が Poincaré 多元環．

一般に Steenrod 代数 A は quasi-Frobenius ではないが，$A=\bigcup\limits_n A^n$ とする時，$A^n$ は Poincaré 多元環となる．

**定義**．$\Lambda$ が almost Frobenius $\Longleftrightarrow$ injective $\subset$ flat.

**定理**．($\Lambda$ がみたすような弱い条件の下で)，almost Frobenius という性質は，$\underrightarrow{\lim}$ の下で保たれる．

**定理**．$R$ に'ある条件'(例えば，体とか $Z_{p^r}$) を仮定する．$\Lambda$ が almost Frobenius, $M\in{}_\Lambda\mathcal{M}$ が $b^2$ であるならば，$M$ は projective $\Longleftrightarrow M$ は injective $\Longleftrightarrow M$ は flat.

今 $'A$ を reduced power 作用素で生成される Steenrod 代数 A の部分代数とする．$p>2$ の時は，$A\ni Q_i$ を帰納的に，$Q_0=\beta$, $Q_{i+1}=[\mathcal{P}^{p^i}, Q_i]$ と定義し，$E$ を $Q_i$ で生成される外積代数とする．この時明らかに $A$ は $E$ と $'A$ で生成される．Milnor の記号を用いて，$P_t(r)=\mathcal{P}^{(0,\cdots,0,r,0,\cdots,0)}$ ($r$ は $t$ 番目)，とする．簡単のために，$P_t^s=P_t(p^s)$ とおくと，$s<t$ ならば，$(P_s^t)^p=0$. $M$ を次数つき左 $'A$-加群とし，$H(M, P_t^s)=\mathrm{Ker}\ P_t^s/\mathrm{Im}\ (P_t^s)^{p-1}$ と定義する．

**定理**．$M$ が $b^2$, 次数つき左 $'A$-加群とする時，$M$ が自由な $'A$-加群 $\Longleftrightarrow H(M, P_t^s)=0\ (\forall s<t)$.

この定理の証明は，Adams-Margolis の証明($p=2$) と同様のようである．

**定理**．$M$ は次数つき左 $A$-加群で，$b^2$ であると仮定すると，$M$ が自由な $A$-加群 $\Longleftrightarrow M$ が自由な $'A$-加群かつ自由な $E$-加群

$$\Longleftrightarrow H(M, P_t^s) = 0 \quad (\forall s<t)$$
$$H(M, Q_i) = 0 \quad (\forall i \geq 0).$$

**A. Tsuchiya : Higher order Dyer-Lashof operations and Eilenberg-Moore spectral sequences.**

$X$ を連結な無限 loop 空間とし，$BX$ をその分類空間とする時，Borel の定理により，$H_*(X; Z_p)$ は $\Lambda(x)$ ($|x|$=奇数) と $Z_p[y]/(y^{p^l})$ ($|y|$=偶数，$l=1, \cdots, \infty$) なる型の多元環のテンソル積になる．したがって $\mathrm{Tor}^{H_*(X;Z_p)}(Z_p, Z_p)$ は $\Gamma(sx)$ ($|sx|=(1, |x|$=奇数$)$) と $\Lambda(sy)\otimes\Gamma_p(\varphi^l(y))$ ($|sy|=(1, |y|$=偶数$)$, $|\varphi^l(y)|=(2, p^l|y|)$) なる型の多元環のテンソル積になる．この時，よく知られているように，(Hopf 代数の) Eilenberg-Moore スペクトル列 $\{E^r_{*,*}(X), d_r\}$ で，$E^2_{*,*}=\mathrm{Tor}^{H_*(X;Z_p)}(Z_p, Z_p)$，$E^\infty_{*,*}=GH_*(BX; Z_p)$ となるものがある．

この時，次の結果が得られる．

**定理．** $\{E^r_{*,*}(X)\}$ に Dyer-Lashof 作用素 $\beta^\varepsilon Q^j : E^r_{s,t} \to E^r_{s,t+2j(p-1)-\varepsilon}$ ($\varepsilon=0,1$)を定義でき，次の性質をみたす；

a)　$E^2_{*,*}$ では，$H_*(X; Z_p)$ で定義されている Dyer-Lashof 作用素からみちびかれるものと一致する．

b)　作用素は，$d_r$ と可換で，$E^{r+1}_{*,*}$ における作用素は，$E^r_{*,*}$ における作用素からみちびかれたものである．

c)　$H_*(BX; Z_p)$ における Dyer-Lashof 作用素は，filtration を保ち，$E^\infty_{*,*}$ において，両者は一致する．

Dyer-Lashof 作用素の関係式 $\beta Q^{p^l}\beta Q^l=0$，$\beta Q^{p^ln+1} Q^{p^{l-1}n}\cdots Q^{p^n}Q^n=0$ に対応して，二次 Dyer-Lashof 作用素 $\Phi_r(n)$，$\Phi_{r,l}(n)$ が定義でき，これに関して，次の定理が成立つ．

**定理．** 1)　$x\in H_{2n-1}(X; Z_p)$ に対して，$d_{p^r-1}(\gamma_{p^r}(sx))$ が定義できると，$\hat{x}\in H_{2n-1}(X; Z_p)$ が存在して，$E^2_{*,*}$ において，$sx=s\hat{x}$，かつ $d_{p^r-1}(\gamma_{p^r}(sx))=\{s\Phi_r(n)(\hat{x})\}$ となる．

2)　$y\in H_{2n}(X; Z_p)$ が $y^{p^l}=0$ ($1\leq l<\infty$) で，$d_{2p^r-1}(\gamma_{p^r}(\varphi^l(y)))$ が定義されると，$\hat{y}\in H_{2n}(X; Z_p)$ が存在して，$\hat{y}^{p^l}=0$，$E^2_{*,*}$ において $\varphi^l(y)=\varphi^l(\hat{y})$，$d_{2p^r-1}(\gamma_{p^r}(\varphi^l(y)))=\{s\Phi_{r+1,l}(n)(\hat{y})\}$ となる．

**応用例．** $\pi$ を可換群，$X=K(\pi, n)$，$BX=K(\pi, n+1)$ とすると，$E^2_{*,*}=E^\infty_{*,*}$．

この後，$Z_p$ 上の chain complex のカテゴリーを考え，高次 Dyer-Lashof 作用素の universal examples を定義した．

**M. Nakaoka : Characteristic classes with values in complex cobordism.**

古典的コホモロジー論における有名な $Wu$ および Haefliger の仕事の(一般化されたコホモロジー論としての)複素コボルディズム論，$U^*$-理論，における解釈と思われる．$\mathcal{R}=\{(r_1, \cdots, r_2)|r_i\geq 0$，$r_i$ はほとんどすべて $0\}$ の元 $R$ に対して，複素コボルディズム論における Chern 類，双対 Chern 類を $C^R, \bar{C}^R$ で，$Wu$ 類，双対 $Wu$ 類を $u^R, \bar{u}^R$ で表わし，$S^R$ を Landweber-Novikov 作用素とする．その時，Riemann-Roch 型の定理が成立つ．

**定理．** $f : M\to N$ を閉弱概複素多様体の間の連続写像とする時，Gysin 準同型写像 $f_! : U^*(M)\to U^*(N)$ は任意の元 $\alpha\in U^*(M)$ に対し，次の性質を持つ；

$$\sum_{I+J=R} S^I f_!\alpha\cdot\bar{C}^J(N) = \sum_{I+J=R} f_!(S^I\alpha\cdot\bar{C}^J(M)),$$
$$\sum_{I+J=R} \bar{S}^I f_!\alpha\cdot u^J(N) = \sum_{I+J=R} f_!(\bar{S}^I\alpha\cdot u^J(M)).$$

これより，直ちに $Wu$-公式が得られる；

**系．** $M$ を閉弱概複素多様体，$[M]$ をその基本類とする時，

$$\langle S^R\alpha, [M]\rangle = \sum_{I+J=R} S^I\langle\alpha\cdot u^J(M), [M]\rangle$$
$$\langle \bar{S}^R\alpha, [M]\rangle = \sum_{I+J=R} S^I\langle\alpha\cdot \bar{u}^J(M), [M]\rangle.$$

$G=Z_k$，$L=\exp(2\pi\sqrt{-1}\,k)$ で生成される一次元 $G$-加群，$\Lambda=\{(z_1, \cdots, z_k)\in \boldsymbol{C}^k|\sum z_i=0\}$ ($G$ は $\Lambda$ に指数の置換として作用) とする．$F(x, y)$ を $U^*$-理論における formal group law とし，$a_j(x)\in U^*(pt)[[x]]$ を $\prod_{i=1}^{k-1} F([i](x), y)=\sum_{j\geq 0} a_j(x)y^j$ で定義する．二つのバンドル $\rho=EG\times_G L$，$\lambda=EG\times_G \Lambda$ に対し，それらの Euler 類を $v=e(\rho)\in U^2(BG)$，$\omega=e(\lambda)\in U^{2(k-1)}(BG)$ で表わす．$R\in\mathcal{R}$ に対し，$a(v)^R=\prod_i a_i(v)^{r_i}\in U^*(BG)$ と定義する．

**定理．** $f : M\to N$ を閉概複素多様体の間の連続写像，$\dim M=2m$，$\dim N=2n$，$G$ の位数は素数とする．

i)　$f\simeq$ 位相的はめこみ，ならば
$$\sum_R \omega^{n-m-|R|}a(v)^R\Big(\sum_{I+J=R} f^*C^I(N)\cdot\bar{C}^J(M)\Big) \in U^*(BG\times M)[\omega^{-1}]$$
は整数である．

ii)　$f\simeq$ 位相的埋めこみ，かつ $f\simeq 0$ ならば，
$$\sum \omega^{n-m-|R|}v^{-1}a(v)^R\bar{C}^R(M) \in U^*(BG\times M)[\omega^{-1}]$$
は整数である．ただし $|R|=\sum_i r_i$.

証明は，Haefliger の証明と同様のようである．

**系．** $M$ を $2m$ 次元閉概複素多様体で，$K(M)$ は torsion free とする．もし $M$ が $\boldsymbol{R}^{2n}$ に位相的に埋めこみ(はめこみ)可能ならば，$\sum_{i=0}^m 2^{m-i}\bar{C}_i(M)\in K(M)$ は $2^{2m-n+1}(2^{2m-n})$ で割り切れる．ただし，$\bar{C}_i(M)$ は $K$-理論における双対 Chern 類である．

この系から，複素射影空間 $CP^n$ のユークリッド空間への埋めこみ(はめこみ)に関する Atiyah-Hirzebruch, Sanderson-Schwarzenberger の結果の別証が得られる．

## 印象記：4月17日(2)

岡　睦雄(東京大学)
一楽重雄(津田塾大学)

当日は国鉄等のストライキのため，参加者が早朝10時の講演に間に合うかどうか心配であったが，多数の参加者が得られ，各講演の後では熱ぽい議論が行われたことは，会議の最後を飾るのに，ふさわしいものであった．当日の講演は次の3つであった．

(1) 加藤十吉(東大教養)：$k$-正則空間および代数的集合の位相について，(2) E. C. Zeemann (Warwick 大)：Morse-Smale diffeomorphism with horseshoes (3) 本間竜雄(横浜市大)：PL 全曲率について．

まず第1の**加藤**氏の講演内容の概略は以下の通りである．$V$ を Hausdorff，局所コンパクトで stratification を与えられた空間とする．$V$ が0-正則とは $V-V^{(n-2)}$ が位相多様体なる時 ($n=\dim V$)，また $k$-正則 ($k>0$) とは，0-正則かつ $\forall x\in V$ に対して

$$H_i(V, V-x)\cong H_i(D^n, S^{n-1})\quad i\leq m+k$$

が成立することをいう．ここで $m$ は $x$ を含む strata の次元．$V$ をコンパクトで向きづけ可能とすれば，次の同型に対して，$(1,\cdots,1)$ に対応する類 $[V]\in H_n(V)$ が決まる．

$$H_n(V)\cong H_n(V, V^{(n-2)})\cong H^0(V-V^{(n-2)})\cong \boldsymbol{Z}\oplus\cdots\oplus\boldsymbol{Z}.$$

これから次の Poicaré 準同型写像が定義される．

$$\cap[V]: H^{n-i}(V)\longrightarrow H_i(V)\cdots\cdots$$

**定理**．$V$ を $k$-正則とすると Poicaré 準同型写像は $i\leq k-1$ あるいは $i\geqq n-k+1$ で同型，$i=k$ あるいは $i=n-k$ で surjective である．

言うまでもなくこれは多様体上の Poicaré 双対定理の一般的な拡張である．この定理の具体的なモデルとして，代数的集合がある．すなわち，$V$ を複素多様体 $M$ の部分解析集合で，stratification が与えられているとする．$\forall x\in V$ に対して，$\widetilde{\mathrm{ord}}\,(V)_x$ を $x$ での $V$ の芽 $V_x$ を定義する正則函数の最小数とし，$\widetilde{\mathrm{Ord}}\,(V)$ を $\max\{\widetilde{\mathrm{ord}}\,(V)_x; x\in V\}$ で定義する．その時 Milnor, Hamm, 岡等の結果を使って，次のことが証明できる．

**定理**．$N=\dim_{\boldsymbol{C}} M$，$s=\dim_{\boldsymbol{C}}\sum V$ ($\sum V$：$V$ の特異点) とし $k=N-\widetilde{\mathrm{Ord}}\,(V)-s-1$ とすると，$V$ は $k$-正則である．

特に $M$ として $\boldsymbol{P}^N$ をとり，古典的な Lefschetz の定理に新しい解釈を示し，種々の結果を示したが，特に次の1つを示す．$V$ を $\boldsymbol{P}^N$ の代数的部分集合，$\deg[V, \boldsymbol{P}^N]$ を $V$ の基本類 $[V]$ が $H_{2n}(\boldsymbol{P}^N)$ の自然な基底の $d$ 倍であるとき，$\deg[V, \boldsymbol{P}^N]=d$ で定義する．$R=\widetilde{\mathrm{Ord}}\,(V, \boldsymbol{P}^N)$，$s=\dim_{\boldsymbol{C}}\sum V$，$k=N-R-s-1$ とする．

**定理**．$V$ を同上とし，$k\geqq 1$ とする．その時

$$H^{2n+i}(\boldsymbol{P}^N, V)\cong H^{2n+i}(\boldsymbol{P}^N)\quad \forall i\geqq 2.$$

$$H^{2n-i+1}(\boldsymbol{P}^N, V)=\begin{cases}\boldsymbol{Z}_d & 0\leq i=2m\leq k-1.\\ 0 & 1\leq i=2m+1\leq k-1.\end{cases}$$

特に $H^{2n-i}(V)=0\quad 1\leqq i=2m+1\quad\leq k-1.$

またこの定理の応用として，Howard のアフィン代数集合の連結性に関する結果も大幅に拡張できる．

**Zeeman** 教授の追加講演は，'Morse inequalities for diffeomorphisms and flows with horseshoes' であった．まず，horseshoe の概念を一般化して shoe を定義し，それを用いて，Morse-Smale 微分同相写像の一般化として Smale 微分同相写像を定義する．この Smale 微分同相写像に対して，Morse 不等式を導いた．flow についても同様なことが言える．以下，講演の概略を述べる．

$M$ をコンパクトな向き付け可能な $n$ 次元多様体とする．微分同相写像 $f: M\to M$ が Smale 微分同相写像であるとは，$f$ の非遊走的な点全体の集合 $\Omega$ が，有限個の shoe からなり，no cycle 条件を満たすことを言う．ここで，点 $x\in M$ が，非遊走的であるとは，$x$ の任意の近傍 $V$ に対して，0でない整数 $n$ が存在して，$f^n(V)\cap V\neq\phi$ となることをいう．

次に，shoe とは何か．退化した shoe とは，双曲型の周期軌道であり，非退化の shoe とは，あるカントール集合 $\Gamma$ 上の微分同相写像 $f$ の germ で，$f|\Gamma$ が有限型の subshift，周期点が稠密，また位相的に推移的であるものをいう．

**定理1** (Smale-Shub)．Smale 微分同相写像は，($C^0$ 位相で)稠密である．

**定理2** (Robbin-Robinson)．transeversality 条件を満たす Smale 微分同相写像は，($C^1$ 位相で)構造安定性を持つ．

さて，各 shoe は5つの不変量を持っている．まず，shoe のはいっている多様体の次元 $n$，index $r$，すなわち，out set (多様体になるとは限らないので，out set と呼ぶが，いわゆる unstable manifold にあたる集合)

の次元，shoe 重複度 $\mu$，solenoid 重複度 $\nu$，そして，trace $\tau$ である．これらを用いると，Morse 不等式を書き表わすことができる．

**定理 3** (Morse 不等式)．Smale 微分同相写像について，次が成立する．

$$\mu_r-\mu_{r-1}+\cdots\pm\mu_0 \geq \beta_r-\beta_{r-1}+\cdots\pm\beta_0$$

ここで，$\mu_r$=index $r$ の shoe の重複度の和，$\beta_r$=ベッチ数．

**定理 4** (Lefschetz trace formula)．Smale 微分同相写像 $f$ について，次が成立する．

$$L(f)=\tau_0-\tau_1+\cdots\pm\tau_n$$

定理 3, 4 については，Smale flow についても同様の結果が述べられたが，ここでは省略する．

第 3 講演は横浜市大の**本間**教授が，'$PL$-全曲率について' という題名で話された．最終講演にふさわしく，多数の参加者があった．話の概略は次の通りであった．

$K\supset L$ を $n$ 次ユークリッド空間 $E^n$ とそのコンパクト部分多面体 $P$ の単体分割であるとする．そのとき $PL$ の意味で曲率の概念を導入し，それで $L$ のオイラー数を記述し，特に $PL$-多様体のときはそれで unknotted かどうかの判定条件をのべることが，大体の目的である．まず $S^{n-1}(p,r)$ を $p$ を中心，半径 $r$ の球面を，$\omega$ で体積を表すこととする．$B^i$ を $L$ の $i$-単体とするとき，次の 2 つの角を定義する．

$$\angle_I(B^i,P)=\frac{\omega(S^{n-1}(p,r)\cap P)}{\omega(S^{n-1}(p,r))}\quad(p\in\mathring{B}^i;\ r:\text{十分小})$$

$$\angle_0(B^i,P)=\frac{\omega(S^{n-1}(p,r)\cap(E^n-P))}{\omega(S^{n-1}(p,r))}\quad(p,r\ \ \text{同上}).$$

また $A$ を $E^n$ の $n$ 単体，$B^i$ を $A$ の $i$-辺体，$C^{n-i-1}$ を $B^i$ の双対辺体とする．その時第 3 の角 $\widetilde{\angle}(B^i,A^n)$ を次のように定義する．

$$\widetilde{\angle}(B^i,A^n)=\frac{\omega\{p\in S^{n-1};\ \overrightarrow{op}=\dfrac{\overrightarrow{bc}}{\overline{bc}},\ b\in B^i,\ c\in C^{n-i-1}\}}{\omega(S^{n-1})}.$$

次の補題は古典的ユークリッド幾何の定理を拡張するもので，基本的である．

**補題**． $\sum_{D^j<B^i}(-1)^j\angle_I(D^j,A^n)=(-1)^i\widetilde{\angle}(B^i,A^n)$

これより次の定理が証明できる．

**定理**． $\sum_{B^i\in L}(-1)^i\angle_0(B^i,P)=\chi(P)$

左辺は $PL$-全曲率，右辺は $P$ の Euler 数．さて特に $M$ を $E^n$ の $PL$ 閉多様体とする．$p\in M$ に対して，$Qp$ を $p$ の星状近傍とする．$M$ が nice とは各点 $p\in M$ で，$Qp$ の境界が suspension $(m-1)$-sphere になるときをいう．その時 $M$ は局所的に knot していない．$p$ が $M$ の頂点でない時は，$\angle(p,M)=0$ であるので，次式で $PL$-絶対全曲率を定義して，これを $\tau(M)$ で表わす．

$$\tau(M)=\sum_{p\in M}\widetilde{\angle}(p,M)$$

定義より $\tau(M)\geqq1$ である．次の 2 つの定理は $PL$ 多様体の unknottedness の判定基準として重要な結果である．

**定理**． $M$ が nice で $\tau(M)<2$ ならば，$M$ は knot してない $m$-球面である．

**定理**． $M$ が nice で，$\tau(M)=1$ とする．その時 $M$ は凸 $(m+1)$-多面体の境界である．

(上記の講演のうち第1および第3講演の記録は主に岡睦雄が担当し，第 2 講演の記録は一楽重雄が担当した．)

## 多様体論国際会議を終って

田 村 一 郎 (東京大学)

4 月 10 日午後，虎の門ホールにおいて Atiyah と Zeeman による総合講演が行われた．総合講演は広く日本数学会会員に公開されるものとして，集った演題のうちから多くの人々の興味を引くものが選ばれた．Atiyah の指数定理に関する話は，多様体のトポロジー，微分幾何学，解析学の各分野にまたがっていて，これからのこの方面の進路を示唆するものに思えた．彼の精力的で息の長くスケールの大きい活動には感嘆のほかはない．カタストロフィー理論は今回の国際会議と関連してジャーナリズムに派手に取り上げられた．会議の直前に Thom の本が出版されたが，Zeeman の話はより具体的な面を強調していて聞いていて面白く，ショーとして大成功であった．当日小雨の中を参集した多数の聴衆はこの二つの講演に堪能したことと思う．

4 月 11 日から経団連会館で (A) 会場と (B) 会場とに分れて行われた講演は，多様体論の国際会議ということで，多様体に直接関係のあるものを冒頭にして編成されていた．(A) 会場では微分位相幾何学，(B) 会場では複素多様体論からはじまり，そのあと特異点理論，葉層構造論，一般コホモロジー論，ホモトピー論，組合せ多様体論，力学系理論の講演が順次行われた．

11 日の (A) 会場では J. Milnor, W. C. Hsiang の講演が予定されていたが，両氏とも御家族の方の病気で間ぎわになって来日が不可能となった．あわてて 10 日の registration の折に Browder, Bott の両氏にピンチヒッターを頼み，快諾を得て順調にすべり出すことができた．両氏の協力に感謝する．しかし Milnor の参加が実現しなかったことは全く残念であった．これは彼が著名であり，話のうまい人であるということだけでなく，今回の国際会議でぶつかり合うことになった特異点理論をめ

ぐる位相的方法と伝統的方法のレフェリーとしての存在を期待できたと思うからである．

講演は来日した著名な人々の話を中心として，それに関連する日本人の話がつづいた．また日本人講演者について言えば，国際的によく知られた人をむしろ後にまわし，若い人をできるだけ前にもって来て外国からの参加者に早い時期にそれらの人々を紹介するようになっていた．その意味で12日(A)会場の特異点理論の講演と13日(B)会場の複素多様体論の講演はこの国際会議の性格をはっきりと打ち出したものであった．このことは外国からの参加者にもよく理解されたと思う．Atiyahは最終日の晩餐会の席上で上記の若い講演者の成果を特に高く評価していたし，Oxfordへ帰ったあとこの国際会議の報告としてSullivan，Matherの話と共に松本，岡，坂本，加藤の話を紹介したという．またSpencerは複素多様体論の若い人達とくに井上の講演を非常に印象的であったと述べていた．

さすが来日した大家の講演には風格があって興味深いものが多かった．とくにBottの話は内容および話術ともに格調高いものであった．しかし一般的に言って，最近インホーメーションがよくなったせいか筆者の聞いた範囲ではショッキングな結果といったものはむしろとぼしかったと思う．日本人講演者の話は内容的にはこれら外国の大家のものに一歩もひけをとらなかったし，ある部門でははるかに勝っていた．

ともあれ，この国際会議で直接講演を聞くことによって，論文を読むのとは違ってそれぞれの思考法や問題点の捕え方をじかに理解できたのは非常に有益であった．この点は講演におけるよりもレセプションやティータイムでのdiscussionあるいは問題作製の過程により明確にされたが，多くの場合語学的な面から一方的にしゃべりまくられることになったのは残念であった．来日した人々がそれぞれ独自の思考法をもっていることは面白かったし，とくにSullivanのオリジナリティーに富んだそれは強い影響を若い人々に与えた．

外国からの招待講演者は1年半以上前に決定され，招待状が出されたのは昭和47年正月であった．したがって当然安定した著名な人々の招待が優先されることになり，国際会議が開かれる時点でよい講演ができる人という視点をとりえなかった．しかしBombieri, Sullivan, Mather，A'Campoなど若い人々の時宜をえた参加はこれを十分に補うものであったと思う．これらの人々と日本の若い人達との交流はこの国際会議に生々とした生命をふき込んだといえよう．

日本人講演者は逆に国際会議の講演だけについて京大数解研における二回の研究集会で選考され，たまたまよい話題をその時持ち合せなかった人はこれまでの業績とは無関係に選にもれることになった．今回のような形で開催された国際会議ではこれも仕方のないことであったかも知れないが，このような選び方は異例のことと思う．今後はもっと適切な方法を考えるべきであろう．しかし一方ではこれが日本側の講演のレベルを高め密度を増したことも事実であった．

多様体に関する国際会議を開催しようという話がはじめて出た時に筆者がもっとも心配したのは，外国から一流数学者が実際に多数参加するだろうかということと，もう一つは来日数学者の講演を有難く拝聴するに止まらず日本人数学者がその国際会議で自己主張を十分にできるであろうかということであった．前者については当初予定していた招待講演者が数名を除いてすべて参加して，1970年のAmsterdam，1971年のStrasbourgの国際会議と比べて豪華な顔ぶれを幅広くそろえることができた．また後者についてはその当時具体的なあては全くなかったが，西田の講演をはじめこの国際会議の中心となった仕事がその後続々と現われて，各部門でのレベルが高く充実したわれわれの講演に外国からの参加者も圧力を感じたことと思う．

講演内容はProceedingsとして東大出版会より49年春には出版される．これには会議での講演の外に問題集がつけられるが，これは加藤が責任者となってAdams, Browder，Wall，Sullivan等の協力をえて，ぎっしりつまった講演のスケジュールの合間を利用して作製したもので，重要な現在未解決な問題を集めてこれからのこの方面の動向を浮きぼりにしており，この国際会議の成果の一つとして今後の研究活動の原動力となるであろう．

# 各地における講演記録

## A'Campo 教授講演記録

### 有限周期のモノドロミー

(1973年4月5日　於立教大学)

A'Campo教授は，4月5日，春季学会の特別講演として，上記標題で講演された．以下はその概略である．

$P: \boldsymbol{C}^{n+1} \longrightarrow \boldsymbol{C}$ を多項式函数，$H$ を $P^{-1}(0)$ とする．$\omega$ を $H$ 上の任意の一点として固定し，$\varepsilon$ を十分小さな正数