

## 書 評

ウィークス著，三村護・入江晴栄訳，「曲面と3次元多様体を視る－空間の形－」現代数学社，1996年，211ページ，2700円。

子供の頃，ふとんの中でよく思い浮かべたのは，この宇宙をまっすぐにどんどん進んでいったら一体どうなるのであろうか，という事だった。もし壁のようなものがあったとするとその向こうにはなにかあるはずだ。でもそんなことはどうもありそうもない。かといって，いつまでもどんどん行けるというのもどうも想像できない。では本当のところいったいどうなっているのであろうか？

さて，私のこのような幼稚な想像とは異なるかもしれないが，この本の著者のウィークス氏も宇宙に思いをはせ，高校生の時にはメービウスの帯やクラインの壺への興味からトポロジーを学びたいと願った。そして，あたかもその時の自分に語りかけるかの様に2，3次元多様体の美しさを生き生きと説いているのが本書である。宇宙へのつきせぬ思いが背後にあり，多様体の美しさを直観的に理解することを目標としているため，多様体の中に入って内側からそれを眺めようという立場が貫かれている。ちなみに，この本の表紙絵は3次元トーラス内の不思議な風景を示している。

「必ずゆっくりと読んで，時間をかけてよく味わってください。・・・想像力を準備して下さい！」という著者の願いに従ってこの本を読むと，楽しみながら2，3次元多様体に対する感覚を身につけることができる。このようにユニークで魅力に満ちた本の日本語訳が出版されたのは喜ばしいことである。読者として想定されている「数学に興味をもつ数学者でない人」は勿論のこと，数学科の学生や，3次元多様体に興味を持つ数学者にも，ぜひ一度読んで頂きたい。では順を追って本書の内容を見てみよう。

第1部「曲面と3次元多様体」では，視覚的，直感的な方法で曲面と3次元多様体を解説してある。2次元トーラス上の3目並べ，チェスといったゲームや，3次元トーラス内のジャングルジムという不思議な空想の世界で遊んでいるうちに，予備知識のない読者でも自然に曲面と3次元多様体に慣れ親しむことができる。（ここで取り上げているゲームは[http://www.northnet.org/~ weeks/](http://www.northnet.org/~weeks/)でプレイできる。ウィークス氏はこの題材を使って小学生のための幾何学の啓蒙活動をしているそうだが，もし子供の頃の私がそこで遊ぶことができていたなら，ふとんの中で思い浮かべることにもまた一味違ったものになっていたかもしれない。）読者の理解を深めるために数々の楽しい演習問題が用意され，しかもそのほとんど全てに丁寧な解答がついるのが嬉しい。内容としては，基本領域の貼り合せによる多様体の構成に特に力が込められており，この構成法によりユークリッド構造を持つコンパクトな3次元多様体がほとんど全て登場する。またSF等でしばしば取り上げられる向き付け（不）可能性に関しても，楽しい解説がある。これはしばしば両側性という概念と

混同されるが、この二つの概念の違いと相互関係も適切な例をあげて注意深く説明されている。

第2部「曲面上の幾何」ではオイラー数とガウス・ボンネの定理を主テーマに、2次元の楕円幾何と双曲幾何が、数々の美しいイラストを通してユークリッド幾何と対比させながら説明されている。特に図10.4はいたる所カーテンのひだのようになっている双曲平面の形を目の前に見せてくれる。（日本語版では原図の美しさが損なわれ大切な線が見えなくなってしまうのが残念である。）また第10章では、各頂点に7枚の正三角形が集まるようにして双曲平面のモデルを作る方法が説明してある。これはご自分で実行されることをお勧めしたい。演習問題にもあるように、ついでに各頂点に5枚の正三角形が集まる面も一緒に作るとなお良い。

第3部「3次元多様体の幾何」で本書は（数学の内容に関して）クライマックスを迎える。4次元空間に絡んだパラドックスで頭をほぐした後、3次元多様体の8種類の等質幾何が見事に説明され、最後にはサーストンの幾何化予想まで述べられている。断面曲率の意味を一目で理解させてくれる図15.1, 18.1, 18.2, そして捩れたユークリッド構造の世界を目の前にみせてくれる捻れたジャングルジムの図18.4には唖らされた。3次元多様体を勉強しようという学生さんにはぜひ一読されることをお勧めしたい。

第4部「宇宙」は宇宙論への入門となっている。まず宇宙が等質かつ等方であるという仮定の根拠を説明した後、第3部までで述べてある多様体に対する理解をもとに、（ともすれば誤解されやすい）宇宙が膨張するという意味を明快に述べている。その上で、宇宙空間の幾何構造と宇宙の再崩壊の可能性および宇宙空間の形の可能性との関連を説明している。最後は、ビッグバンの前に何があったのかという素朴な疑問を出発点にした時空に関する問答で終わっている。

余談になるが、著者のウィークス氏は3次元多様体論の進展に多大な貢献をしている双曲幾何学ソフトウェア「SnapPea」の開発者としても知られている（<http://www.geom.umn.edu/> から入手可能）。このソフトウェアは、マウスで結び目のダイアグラムを入力すると、その補空間に双曲構造が入るかどうかが判定し、入る場合はその双曲構造をたちどころに求めてくれる。体積、基本領域の形、カスプの形、閉測地線の長さ等の情報と同時に、デーン手術で閉じた双曲多様体を作ったり、またその逆に何本かの閉測地線を除いて再び開いた双曲多様体を作るという大業も実行してくれる。特に、結び目補空間の内部からそのカスプを覗いた美しい図もみせてくれ、この本の視点を正に体現している。

著者からの情報によると、この本を題材としたビデオがミネソタ大学 Geometry Centerの援助を受け著者自身により2年前に作成されているとのことである。事情により発売が遅れているそうだが、本書の美しい絵がどう動き出すのか楽しみに待っている。

（作間 誠，大阪大学理学研究科）