A.J. ハーン著『**解析入門**』市村宗武監訳，狩野覚・狩野秀子訳
Part I, **アルキメデスからニュートンへ**, 2001 年，230 ページ, 2400 円
Part II, **微積分と科学**，2002 年，389 ページ，3600 円

## 1　高校生も読んでみよう

本の帯には「懇切丁寧な微積分の入門書」と書かれているが，通常想像するような微積分の教科書とはかなり趣を異にしている．まず見かけとして分量が多い．B５（＝数学通信と同じ大きさ）でページ数も多く，さらに練習問題は文字が小さくなって２段組になっている．通常の教科書というより，高校生や大学の初年の学生が自分の興味で読むような副読本と位置づけられるであろう．

著者が題名の候補として挙げている『微積分法の物語』に表われているように，数学的部分の記述もさることながら物語として読める点に特徴がある．たとえば，11 章『指数関数と年代測定および増殖の測定』では，放射性同位体を用いて年代測定ができること，そこには $y' = ay$ という微分方程式の解として指数関数が登場することが述べられている．これはどの講義でも必ず紹介されることだが，通常はそれ以上の深入りはなされない．しかし本書では，微分法に入る前に，まず年代推定の背景から始まって，原子や原子核の成り立ちとそれらに関する研究の小史までを盛り込むという具合である．内容の程度としては高校の物理の範囲といっても良く，しばしば書物の中では「教養」として記述が省略されてしまう部分であるが，ちゃんとしゃべってみろと言われると実は評者にも自信がない．ここが丁寧なので滑らかに本題に入って行ける．

そして，実際の計算に入っても，人名，年代，場所，物質名，質量，長さなどの細かいデータが実に念入りに書かれていて，圧巻である．煩わしいと思われる向きもあるかとは思うが．訳者の言葉を借りれば「講義を担当する先生方のソースブック」として役立つだろう．魚のえらの気持ちの悪い絵やライフル銃の弾丸の銃身内 (!) での運動などと，よくもまあこんなことまで微積分のネタにできたと関心してしまう．ときには数式のないページが数ページにもおよんでいて，狭い範囲での数学の講義の守備範囲ではないかもしれない．数理的に何をするのかのみに興味のある読者には冗漫に感じられるかもしれない．そう思ったらどんどん飛ばして先へ進めば良い．類似の話題が繰り返し登場するところ（たとえば上記で言えば，原子核の崩壊を論じた後，地球の年齢，生物の進化，古い聖書と品を変え議論が行われている）などはそれぞれがまた興味深いのであるが，すべての項目を網羅的に読まなくても理解できる．細かいことは気にせずにもりもりばりばり読み進んで行ってほしい．

数学を学びはじめは，数学の良さとして，現実の現象の煩瑣な詳細に囚われることのない，数式とその解法のすっきりした側面に魅力を奪われがちだが，一方で現実にはこのような歴史を持ち，自然科学・諸科学と両輪の発展を遂げてきていることを認識しておくのは有益であろう．

今や，数学のみならず全ての学問が，教育の場における動機付けや社会への説明責任を求められている．１月には『数学者は城の中？』（エンツェンスベルガー・岡本和夫著）という本も出た．

ある時代，おそらく戦後しばらくまでは科学技術に対する無垢の期待感と高揚感が維持されてきた．専門家に対する安心感と信頼感があった．本書はその幸せな時代を思い出させてくれる．下巻の表紙にある NASDA の写真が象徴的である．現在では，それらは失われつつあり，少なくとも説明なしで信じてもらえるほど甘くはない．

## 2　内容の特徴

上にも述べたが，本書はむしろ高校生に読んでほしいような内容である．普段はバットを持たない野球好きや駒を持つ機会のない将棋好きが TV で楽しむように，数学や数学教育を専門とはしない数学愛好家が増えてほしいとも思う．まだまだ敷居は低いとは言えないものの，本書ではかなりな工夫が見られる．

難易度を標準と比較することは難しいが，範囲は日本の教育課程で言えば高校に属する．微分方程式などのそれを越えた概念も登場するが，十分理解可能な取り扱いである．したがって，大学の教科書と見立てたときには扱われていない項目を挙げれば切りがなく，たとえば,「数列の収束，コーシー列，テーラー展開」といった用語は明示的には登場しない．もちろん $\sqrt{1+x}$ のテーラー展開をはじめとして，いくつかの例は扱われ利用されている．たとえば $\varepsilon$-$\delta$ 論法は「極限のテスト」という言葉による説明がなされている．また，微積分で扱われるいくつかの事柄，たとえば「極限の和は和の極限，中間値の定理，有界閉区間上の連続関数の最大値の存在」などは証明が省略されている．

もちろん，これらの不在をもって本書を難ずるのは当たらないであろう.（書評するくらいに）注意を払わないと省略されていることにさえ気づかない．それほど説得的な説明が与えられている．むしろ，十分な動機付けと直観を養った上で，さらに上級の本に進めば良いのである．そういう意味で，訳者のいう「大学の教養レベルの微積分を**完全に**マスターできる」は，いささか勇み足であるように思う．いずれにせよ，解析の魅力に気づかせてくれる本であることは間違いない．

目次と内容の紹介をざっと行おう．

[Part I]

第１章　ギリシャ時代：宇宙を測る
第２章　プトレマイオス：宇宙の動力学
第３章　アルキメデス：面積の計算
第４章　新しい天文学と新しい幾何学
第５章　ライプニッツの微積分法
第６章　ニュートンの微積分法
第７章　プリンキピア

[Part II]

第８章　関数の解析
第９章　静力学と動力学および光学の関連
第 10 章　基本的な関数とそのグラフ
第 11 章　指数関数と年代の測定および増殖の測定
第 12 章　経済学の微積分法

第 13 章　積分法：意味と方法
第 14 章　積分法と力の作用

最初の数章は微積分学誕生以前である．たとえば第３章後半では放物線を線分で切り取った部分の面積を求める問題が扱われている．しかし，微積分を使っていきなり $\int x^2 dx$ とはしない．曲線で囲まれた領域を，切片と呼ばれる内接 3 角形を次々と引き去って行くことで近似して行く．この各段階で作られる切片の面積は 1/4 ずつになっていくことが，簡単な幾何学的考察からわかる．したがって求めたい面積は，

$$1 + \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \cdots + \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

の $n \to \infty$ の極限として得られるのだが，無限のプロセスを用いたこの最後の部分の議論をアルキメデスの時代は避けていて，ギリシャを越えてはるか 19 世紀までその正当性を求める奮闘の歴史があったと記されている．なお，Part I の表紙をニュートンと共に飾っているアルキメデスの「非常に大きな数」$10^{8\cdot 10^{16}}$ を巡る逸話も興味深い．第４章ではデカルトの座標幾何の果たした役割が強調され，解析学・幾何学・代数学の蜜月がさり気なく描かれている．

これらの前提を踏まえて，第５章から微積分がそろそろと姿を現す．第８，10，13 章でその続きが述べられ，Part II のその他の章では様々な分野から応用例が詳細に述べられている．全体にわたって，数値，特に 5 桁・10 桁の長い小数が頻出していること，グラフがたくさん描かれていることが目に付く．ドリル的な類似問題がたくさんついていて，いかにも米国のテキストだと感ずる．またグローバルスタンダードの途上にある国で未だに使われているヤード・ポンド法は煩わしいが，メートル法による数値が訳者によって随所に補われている．

## 3　翻訳

最後に翻訳について触れておく．本書は通常より大版（=B5）であるため，長い式や式変形が切れずに見やすい，たくさんの図版と説明とをページを繰らなくても読みやすいなどの長所を上手に活かしている．字の大きさや行間にも工夫があり，見開きに一目で入る情報量が適切であると感じられた．出版の練度を感ずる．翻訳の日本語・数学は通読していくと章を越えた（たとえば 3 章から４章へ進んだ）ときに落差を感ずるときがあるが，おおむね良いと思う.「です，ます」調に合った落ちついた語り口は安心でき，親しみやすさとともに説得力を生んでいる．

しかし本来であれば，日本語でのこのような内容の書物が書き下ろされることこそが望まれる．数学者・教育界・あちらこちらでの教育に関する莫大な議論を踏まえれば，決して荒唐無稽な願いではあるまい．何か深刻な問題提起を受けたようにも思われた．

ぜひ一読を勧めたい一冊である．

(落合啓之，　名古屋大学大学院多元数理科学研究科)