

# 安藤 毅先生の Sz.-ナジー・メダル受賞に寄せて

日合 文雄（東北大学情報科学研究科）

北海道大学名誉教授の安藤毅先生が 2005 年度の Sz.-ナジー・メダルを受賞されましたことは、安藤先生の薫陶を受けたもの一人として誠に嬉しく思います。この機会に、安藤先生の略歴・業績と Sz.-ナジー・メダルについてご紹介いたします。

最初に、安藤先生の略歴について触れておきます。安藤先生は北大の中野秀五郎教授門下の俊才で、1958 年に学位論文 “Positive linear operators in semi-ordered spaces” により博士号を取りました。安藤先生が作用素などの順序構造について継続的な関心を持たれたのには、中野教授の感化が大きいと思われます。学位取得後、応用電気研究所（現在の電子科学研究所）の応用数学部門に移り、1969 年に同部門の教授に就任しました。さらに 1988–1994 年には研究所長を務められました。この期間、研究所の改組などの問題で多忙を極めたにもかかわらず、安藤先生の数学活力は少しも緩むことはありませんでした。1995 年に退官された後は、北星学園大学で 2002 年 3 月まで教鞭を執られました。現在でも Archiv der Math. や Linear Algebra Appl.（以下では簡単に LAA と書きます）を始めとする多くの数学雑誌のエディターの仕事をされています。エディターの仕事のかたわら、論文レフェリーをされる機会が多いのですが、安藤先生がレフェリーされると、論文が完璧なものになるまで何度も書き直させ、自分で手を加えて結果を改良することも度々で、最後には著者の論文なのか安藤先生の論文なのか分からなくなってしまうほどです。安藤先生の数学に対する厳しさと真摯さがうかがえる一例でしょう。安藤先生のもっと詳しい紹介については、LAA の安藤先生 70 歳記念号<sup>1)</sup>をご覧ください。

次に、Sz.-ナジー (Béla Szökefalvi-Nagy) と彼の名前を冠するメダルについて簡単に紹介します。ご存じのように、Sz.-ナジー (1913–1998) はハンガリーのセゲド大学でリース (Frigyes Riesz) の後継者として活躍した数学者で、ヒルベルト空間上の作用素論の分野で 20 世紀を代表する人です。ハンガリーではナジーという名前は多いので、故郷の名前セケファルヴィを付けて姓にしたと聞いたことがあります。通常 Sz.-ナジーと略して呼ばれます。リースと共著の F. Riesz and B. Sz.-Nagy, “Leçons d’analyse fonctionnelle,” 1952 は関数解析学（特に作用素論）の世界的名著で 6 カ国語に翻訳され、日本語訳「関数解析学（上下）」も共立出版から出版されています。Sz.-ナジーの仕事では、1952 年のユニタリ・ダイレーション定理がとりわけ有名ですが、この話題を発展させて、長年の共同研究者であったフォヤシ (C. Foias, ルーマニア出身で現在米国テキサス A&M 大学教授) と共著でまとめた B. Sz.-Nagy and C. Foias, “Analyse harmonique des opérateurs de l’espace de Hilbert,” 1967 (英訳 “Harmonic Analysis of Operators on Hilbert Spaces,” North-Holland, 1970) も名著です。Sz.-ナジーについてもっと詳しく知りたい方は、彼の追悼記事<sup>2)</sup>をご覧ください。

さて、Sz.-ナジー・メダルは、1999 年に Sz.-ナジーの業績をしのいで、彼の息女 Erzsébet によって基金が寄付されて創立されました。Sz.-ナジーが 1946–1981 年の間編集長を務めたセゲド大学刊行の数学雑誌 Acta Scientiarum Mathematicarum, 通称, Acta Sci. Math. (Szeged) (以下では簡単に Acta と書きます) に大きな貢献があることが主な受賞理由となっています。2000 年から毎年 1 人ずつ受賞者が決まっています。安藤先生は 2005 年度の 6 人目になります。安藤先生以前の受賞者を挙げると、2000 年度の第 1 回目が前出の Ciprian Foias (作用素論, 特に縮小作用素の理論の研究), 2001 年度が Károly Tandori (直交列理論の研究), 2002 年度が Laszlo Leindler (近似理論, フーリエ解析, 直交列, 不等式の研究, Prékopa-Leindler 不等式で有名), 2003 年度が George Grätzer (普遍代数と束論の研究, 代数の合同束に関す

る Grätzer-Schmidt 定理で有名), 2004 年度が Ferenc Móricz (フーリエ解析, 多変数関数の近似理論, 多重列の収束・発散, 古典および非可換確率論における強収束定理の研究) です. Sz.-ナジの共同研究者であり, Acta から 50 編以上の論文を出しているフォヤシは別格として, カナダ在住の Grätzer を除いて他はすべてセゲド大学の関係者であり (Acta への貢献が受賞理由であることから, セゲド大学関係者が多いのは当然ではありますが), 私には安藤先生が断然輝いているように思われます. 2006 年度もセゲド大学の Béla Csákány (普遍代数, 大きな自己同型群をもつ有限代数, 極小細胞の研究) に決まっています.

安藤先生の Sz.-ナジ・メダルの受賞理由について, Acta<sup>3)</sup> に出た安藤先生の受賞紹介の文章の一部を原文のまま, 以下に紹介しましょう.

“Tsuyoshi Ando achieved significant, deep results in a wide range of mathematics, including measure theory, ordered Banach spaces, operator theory and matrix analysis. He has contributed ten definitive research papers to the *Acta Scientiarum Mathematicarum*. His celebrated theorem on the existence of unitary dilations of pairs of commuting contractions was also published here 42 years ago.”

この「安藤の可換ダイレーション」として知られる論文<sup>5)</sup>は, 安藤先生の Acta への最初の論文です. 3 ページと短いですが, 安藤先生の論文としてはとりわけ有名なもので, 安藤流の華麗な数学技術の一つの結晶だと思えます. 1 個の縮小作用素に対するユニタリ・ダイレーションを証明した Sz.-ナジは, 2 個以上の可換な縮小作用素の場合でもユニタリ・ダイレーションが成立するのではないかと予想しましたが, 安藤先生の定理は 2 個の縮小作用素の場合に解答を与えたものです. 定理を正確に述べると,  $T_1, T_2$  がヒルベルト空間  $H$  上の可換な縮小作用素 (つまり,  $\|T_1\| \leq 1, \|T_2\| \leq 1, T_1T_2 = T_2T_1$ ) とするとき,  $H$  を含むヒルベルト空間  $K$  と  $K$  上の可換なユニタリ作用素  $U_1, U_2$  が存在して, すべての整数  $n_1, n_2 \geq 0$  に対して

$$P_H U_1^{n_1} U_2^{n_2} |_H = T_1^{n_1} T_2^{n_2}$$

が成立する (ただし  $P_H$  は  $K$  から  $H$  上への射影作用素). この定理はフォン・ノイマン不等式との関係「ユニタリ・ダイレーション  $\implies$  フォン・ノイマン不等式」からも重要で, G. Pisier のモノグラフ<sup>4)</sup>でも大きく取り上げられています. 3 つ以上の可換ダイレーションが成立するかどうかは, しばらく問題だったのですが, S.K. Parrott が反例を挙げて決着がつかしました. N.T. Varopoulos もフォン・ノイマン不等式からの組織的な反例を挙げています. 安藤先生の定理をきっかけに, 多くの数学者が可換ダイレーション・可換リフティングの理論を発展させています.

安藤先生の Acta の論文の多くは 1963–1976 年に集中していて, 1963 年の可換ダイレーション論文と同じ号のページ続きで, サブ正規作用素に対する P. Halmos と J. Bram の特徴付けを改良した論文<sup>6)</sup>も出ています. また, 1973 年に出た数域半径 1 の作用素の特徴付けの論文<sup>7)</sup>も, 大変よく引用され, 安藤先生自身で何度も使っておられます. 安藤流の数学の真髄を示した傑作の一つです. 1976 年に出た正值作用素のルベーク分解に関する論文<sup>8)</sup>も有名で, この論文で 1979 年の久保-安藤理論<sup>9)</sup>に先がけて, W.N. Anderson - G.E. Trapp が始めた作用素の並列和のアイデアが既に使われていることは注目すべきことです. 7 年後の 1983 年には, Anderson 達が出した質問に解答した正值作用素の対称関数平均の間の不等式についての論文<sup>10)</sup>も発表されています. さらに 10 年後の 1993 年に発表された行列のある種の凸集合の極小点についての論文<sup>11)</sup>は, いかにも安藤先生好みの話題です. この論文は Acta への最後の 10 番目の論文で, Sz.-ナジ 80 歳記念号の巻頭論文の荣誉に浴しています.

以上, Acta への論文に限って, しかもその一部のみを紹介しましたが, 安藤先生はこれまでに 108 編の論文と多くの講義録を執筆されており, Acta 論文以外にも著名な論文を挙げたらきりがありません. 既に言及した久保-安藤理論は余りにも有名ですが, 1979 年の LAA に出た行列のアダマール積 (シューア積ともいう) に関する論文<sup>12)</sup> は, 安藤流の数学の面目躍如たるもので, 私が最も好きな論文の一つです. この論文は, 安藤先生が行列解析の分野に進出するきっかけになった論文としても重要だと思えます. 安藤先生はこの論文以降, 作用素論で培った強力な手法を駆使して, 行列不等式, 作用素 (行列) 平均, 固有値・特異値のマジョリゼーション, 数域 (半径), シューア積などの行列解析の様々な領域でたくさんの仕事をされました. そして実に驚嘆すべきことに, 現在でも現役で活躍されています.

安藤先生は, 昨年 7 月にセゲド大学の数学研究所で Sz.-ナジー・メダルを授与され, “Spectrum and Numerical Range” というタイトルで受賞講演をされました. 今回の受賞は大変栄誉あることでありますが, 本当に素晴らしいのは, 安藤先生がなされた数学そのものです. 安藤先生は理論構築家というより問題解決家 (problem solver) の数学者です. 行列論における米国の大御所 2 人 R.A. Horn, C.R. Johnson との共著論文<sup>13)</sup> や, U. Haagerup の定理の数域半径ノルム版を証明した大久保氏との共著論文<sup>14)</sup> などに, 安藤先生の数学の特長である問題の本質を見抜く洞察力と切れ味のいい証明力が遺憾なく発揮されていると思えます. 身近に接した人は誰でも, 安藤先生の証明力の凄さに驚かされます. これは, 天賦の才能によることはもちろんですが, 中野秀五郎門下で故雨宮一郎教授らの強い影響を受け, 切磋琢磨した若い時代から絶えることがない数学への精進の賜でもあると思えます. 日本の若い世代から安藤先生の数学を引き継ぐ後継者が現れることを期待したいものです.

- 1) Dedication, *Linear Algebra Appl.* **341** (2002), 1–3.
- 2) *Acta Sci. Math. (Szeged)* **65** (1999), 3–5.
- 3) *Acta Sci. Math. (Szeged)* **71** (2005), 455.
- 4) G. Pisier, *Similarity Problems and Completely Bounded Maps*, Lecture Notes in Math., Vol. 1618, Springer-Verlag, 1996.
- 5) T. Andô, On a pair of commutative contractions, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **24** (1963), 88–90.
- 6) T. Andô, Matrices of normal extensions of subnormal operators, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **24** (1963), 91–96.
- 7) T. Ando, Structure of operators with numerical radius one, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **34** (1973), 11–15.
- 8) T. Ando, Lebesgue-type decomposition of positive operators, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **38** (1976), 253–260.
- 9) F. Kubo and T. Ando, Means of positive linear operators, *Math. Ann.* **246** (1979/1980), 205–224.
- 10) T. Ando, An inequality between symmetric function means of positive operators, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **45** (1983), 19–22.
- 11) T. Ando, Parametrization of minimal points of some convex sets of matrices, *Acta Sci. Math. (Szeged)* **57** (1993), 3–10.
- 12) T. Ando, Concavity of certain maps on positive definite matrices and applications to Hadamard products, *Linear Algebra Appl.* **26** (1979), 203–241.
- 13) T. Ando, R.A. Horn and C.R. Johnson, The singular values of a Hadamard product: a basic inequality, *Linear and Multilinear Algebra* **21** (1987), 345–365.
- 14) T. Ando and K. Okubo, Induced norms of the Schur multiplier operator, *Linear Algebra Appl.* **147** (1991), 181–199.