書　評

数学へのいざない（上，下）

D.C.ベンソン 著，柳井 浩 訳.
朝倉書店，2006 年.

糸川　銚（福岡工業大学情報工学部）

『数学へのいざない』… 原題 : *A Smoother Pebble* …この書を私はどう評すべきか？
「面白くなかったのか？」
と問われれば，私は熱心に反駁するだろう.
「そんな事はない．この本はとても面白かった」
実際，著者のベンソン先生は知識もおどろくほど幅広いし，読む者を惹き付けて離さない文才を持っている.

この書を通じて，私はバビロン人やエジプト人の分数に関する考え方や扱い方を知った．１オクターヴの音域が極端な低音域では不協和音になることも知った．また，現代医学のデータ処理においてグラフを用いたのが，かのフローレンス・ナイチンゲールであることを学んだ．更には，この雑誌の読者なら誰でも知っているであろう三次方程式に関する論争においてカルダノには彼なりの言い分があり，例えば E.T.ベルの数学史書などで語り継がれるほど悪人ではなかったことを知ったのは目から鱗の思いだった.

それでも，この本をどんな読者層に勧めるかと問われると答えに窮してしまうのだ．はっきり言って，この書の最大の欠点は読者層のターゲットが明確でないことである．「いざない」と称されていながら，これから「いざなわれよう」という読者にはこの本は難解すぎるのではないかと思われるのだ．あるいは，この本の意図を理解できて楽しめるだけの知識を有した読者には初等的な解説が冗長すぎる.

邦訳版では何の都合からか，上下二分冊になっているが，原書は一冊のハードカバー本である．二分冊より自然な分割は書の四つの部である．それらは順番に「算数と整数論」，「幾何学」，「代数学」，「微積分学」に関するものとなっている．この順序は，恐らく人間の歴史に残っている年代順に準拠したものだろう．ただし，各部内においては年代順は無視されている．これそのものは，決して間違った選択とは思わない．古代人における数学的意識の中に各分野がどのように優先されていたかわかるが，詳細においては過去の回り道を辿っていたのでは本が冗長になりすぎてしまうだろうからである.

もちろん 600 ページを以てしても, これらの分野の全てを網羅するわけにはいかない．とり捨て選択が難しいところだ.

「算数・整数論」では先に述べたように，古代バビロン文明，エジプト文明における分数の扱いから有理数の成立, 連分数などの話題が取り扱われている.「すき間を埋める」というサブタイトルから想像されるような実数の構成，連続性についての記述はない.

最後に，協和音と不協和音の数論的解釈や最新結果について述べられている．音の共和性に関しては，人間の神経学，心理学が大きく拘わり，ピュタゴラスが望んだような純粋に数学的な解釈は得られない事を学ぶ．正直言って，この部が私個人には一番興味深い者だった．

第二部の構成についてはいささか疑問を禁じ得ない．前半は「円環面国－曲率と非ユークリッド幾何学」と題されている．数学の啓蒙書を書こうと思ったら，非ユークリッド幾何学はどうしても論じたくなる魅力的な題材だろう．この書では平行線と三角形の比較から考察する古典的な「入り口」ではなく，微分幾何学的な「入り口」を選んでいる．ガウス＝ボンネの定理の解説から始まっているのだ．この本の原著が書かれた一年前に発表されたペレルマンによるポアンカレ予想の解決から影響されているのだろうか？ 問題は, 微分幾何学を厳密に展開するには必要不可欠な微積分学は第四部まで解説されないことである．曲率は円の曲率と接触円の概念から入り，何とか身振り手振りで感覚的な解説をしている．しかし，局所ガウス＝ボンネ定理の主張にあたって，突然全曲率（total Gauss curvature）を導入しているのはいささか無理がある．

ベンソンは，ガウス曲率を三角領域上で「合計」して全曲率を得，それを領域の面積で割ったものとして *average Gauss curvature* を導入しているが，私は逆に average curvature から解説を始めた方が初学者には納得し易いのではないかと感じた．これなら二重積分の概念を知らなくとも，十分多くの離散点における曲率の平均で近似されるからである．ちなみに，著者のベンソンではなく訳者の柳井氏に注文を付けたいが，「average curvature」を「平均曲率」と定義してしまったのは困る．微分幾何学では「平均曲率」というと普通 *mean curvature* という全く別の概念を意味するからである．

無理をしてガウス＝ボンネの定理など解説しなくとも，幾何学には初学者を「いざなう」に十分な魅力的題材がいくらでもある．もっと古典的な非ユークリッド幾何学の解説からクラインの変換幾何学の考え，ついては位相幾何学の感覚的解説とポアンカレ予想との関係などについて解説していれば微分積分を身振り手振りで押しつける必要も生じなかっただろうに．

第二部の後半は単に歴史的にだけではなく，概念的にも逆説的な事にグラフと解析幾何学の解説としている．統計で使うグラフと解析幾何学で扱うグラフが実は共通の考えから始まっているという失念しがちな事を強調しているのは良い．しかし，特に解析幾何学の扱いはいささか消化不良に終わっている．二次曲線の話，三角形の三つの中心の話など，ここに含める美しい題材はいくらでもあるだろうに．また歴史的観点からも，ベンソンは

「デカルトは決して解析幾何学を科学の諸分野を統合するものとは考えていなかった」

と述べている．これは有名な伝説，デカルトが悪魔の風に連れ去られ「森羅万象を説明する真実」を垣間見たと言ったというエピソードに対抗するものだが，その辺の解説が欠けている．

「大いなるわざ」というタイトルが付けられた第三部は，まず平方根の近似から始まり，代数方程式の解法公式について論じられる．この辺りは著者の独壇場でとても面白

い．残念なのは，後半の群に関する解説である．並び模様の分類と群論に関して言及されているも，全く消化不良な感が否まれない．正確な証明は望むべくもないが，単なる分類表の提示だけではなく，もう少しは解説…特にコセットや商群の利用，三角形や四辺形の変換群とその部分群に関する解説などはあっても良かったと思う．要するに，分類表を得るにあたって，どのような考え方が必要になるかぐらいは述べてくれないとせっかくの興味深い表が意味を失ってしまうと思うのである．

最後の第三部は微積分学の解説である．原題『A Smoother Pebble』からも，この部こそが著者ベンソン教授が本書のゴールとして目していたことが伺える．本の前書きにも記されているよう，この言葉はニュートンからの引用なのだ．微分，積分の解説は意外なほど…ちょっと落胆したほどオーソドックスだ．最も古典的な微積分の教科書で必ず使われている扱いから一歩も踏み出していない．

微分積分学の基本定理，最小・最大値問題から自然に変分学へと導いてゆく事は特筆に値する．ちょっとした例が全て後半における伏線になっているから気が抜けない．最後は，最速降下線問題を論じて，その見事な証明を示している．問題はここである．この証明はベンソン氏自身の手によるものであり，どうしても紹介しなくてはいられなくなるほど得意になる心情は十分理解できる．しかし，問題は，この直前にあった微積分学の基礎的説明を必要とするほどの初学者に，この証明が理解できるかという事である．少なくとも，「この証明には微分と積分の基本的手法しか使っていない」と言いながら，最も大事な部分は微分方程式…確かに，その記述と解には技術的には微分と積分しか使っていないにせよ…の理論を多用しているのは，私には反則に思える．

数学の証明の理解には，単なる技術的会得だけではなく，いわゆる mathematical maturity …数学的成熟度が必要な事は一般に認識されている事だ．ベンソン氏はこの事をすっかり無視しているとしか思えない．

この本は，それが意図したと思われる初学者諸氏にとってはかなり難解だと思う．昔日のように，理解できないことに興味を抱いてくれる若者が大勢いたならば，この本はもっと歓迎されるかも知れない．しかし，文科省や学校経営者の指導の下，最近の数学教育はとにかく「わかり易く」を最優先課題にしてしまった．その結果，最近の若い学生諸氏の大半は読んですぐに理解できない事は拒絶するようになってしまった．これは日本だけの問題ではなく，程度の差こそあれ，この本の原書が書かれたアメリカでも同じ問題である．そのような者が，この本を開いたら，曲面の曲率の話にせよ，最速下降線の話にせよ，すぐに投げ出してしまうことは目に見えている．下手をすると，「数学へいざなう」どころか「数学から引き離す」事にもなりかねない．

非常に面白い本だけに残念だが，この書は若者への啓蒙書としては不向きである．それでは，この本に別な利用価値があるだろうか？ 小数ながら存在する数学好きの社会人には文句なくお勧めできる．また，現役の数学教師たち，数学教員を目指す学部生たちの副読本としても良いかも知れない．一歩進んだ理解を深めるためにも，講義におけるトリビアネタの収拾にも有益だろう．しかし，それにしては微分の解説，グラフの取り方などは無駄な記述である．