

伊山 修氏 ICRA Award 受賞

International Conference on Representations of Algebras

受賞紹介

山形邦夫（東京農工大学大学院共生科学技術研究院）

本年 2007 年 8 月にコペルニクス大学（Toruń, Poland）で開催された「第 12 回多元環の表現論国際会議（ICRA; International Conference on Representations of Algebras）」において伊山修氏（名古屋大学大学院多元数理科学研究科）が ICRA Award 2007 を受賞されました。受賞理由は「概分裂系列と Auslander 対応に関する高次理論の創造と Calabi-Yau 圏の研究」(original and influential work on developing a higher theory for almost split sequences and Auslander correspondence, and his subsequent work on Calabi-Yau categories) です。有限次元多元環の表現論における Auslander の理論を大きく発展させた研究が高く評価されました。

多元環の表現論は、Brauer-Thrall 第一予想が Roiter によって解決された 60 年代後半から、概分裂系列の発見やクイバー概念の形成等により 70 年代に入り飛躍的に研究が発展しました。この状況を背景として 1974 年にカナダ（Ottawa）で最初の国際会議が催され、1990 年の日本（つくば）での第 5 回以降、隔年で開催されています。前回のメキシコ（Patzcuaro）で開催された第 11 回会議において、有限次元多元環の表現論分野における若い研究者の優れた研究に対して ICRA Award を表彰することが ICRA 運営委員会により決定されました。今回は第一回目にあたります。授賞式は 8 月 22 日の国際会議懇親会会場において行われました。

70 年代のまさに多元環の現代表現論の草創期に、Auslander は有限次元多元環が有限表現型（有限次元直既約加群の同型類の個数は有限）であるという性質を、ある加群の準同型多元環のホモロジー的次元（大域次元が 2 以下で支配次元が 2 以上）によって特徴付けるという画期的な定理を発見しました。この準同型多元環は Auslander 多元環と呼ばれています。定理の一般化として次元 2 を n にすることは誰でも思いつくことですが、Auslander 多元環は有限表現型の場合にのみ定義されることから、この Auslander の定理は約 30 年間進化をみることはありませんでした。しかし伊山氏は加群圏を Ext 関手によって定まる“ある部分圏”（極大直交部分圏と名付けた）に置き換え、極大直交部分圏に加法生成素が存在する場合に、その生成素の準同型多元環が一般次元 n の場合の“Auslander 多元環”に相当することを発見しました（有限表現型であることは加群圏に加法生成素が存在することと言い換えられる）。さらに表現論で最も基本的な概分裂系列（任意の多元環に対して定義されるある短完全系列で、加群圏の基本構造を示す有向グラフ（AR クイバー）を定義する）も、極大直交部分圏において一般の長さ n の完全系列にまで定義を拡張しその存在を示したのです。これらが伊山氏による高次 Auslander-Reiten 理論の骨格を形成します。

高次理論の一つの応用として、 n 次元一般線形群の有限部分群 G による n 次形式的ベキ級数環の不変部分環 Λ が Gorenstein 孤立特異点である場合に、Cohen-Macaulay Λ 加群の圏のある極大直交部分圏と G の McKay クイバーとの関係を明らかにしました。 $n = 2$ の場合が Auslander による有名な定理です。 また 2000 年頃から始まる Fomin-Zelevinsky の研究によって導入されたクラスター多元環が、Reiten 他によって有限次元遺伝多元環の導来圏から定義される 2-Calabi-Yau 三角圏（クラスター圏）を用いて圏論的手法で研究されましたが、そこで重要なクラスター傾対象は伊山氏による極大直交圏の加法生成素の別称に他ならなかったのです。 この一致により伊山氏の研究が特に注目されることになりました（Calabi-Yau 三角圏はある Serre 双対を持つ三角圏で Kontsevich（1998）によって導入された）。 さらに普遍包絡環の semicanonical 基との関係から研究されている前射影多元環の加群圏への応用が知られています。 これらの諸圏を 2-Calabi-Yau 三角圏という立場から統一的に捉える研究が Reiten や吉野雄二氏他との共同研究として行われ、Calabi-Yau 三角圏のクラスター構造の概念を導入し、Kac-Moody 群のベキ単部分群の座標環のクラスター多元環構造への応用など目覚ましい多くの成果を挙げています。 さらに最近では、高次理論の応用として超平面特異点上の Cohen-Macaulay 加群の圏の研究を行い表現論的に興味ある新たな有限次元対称多元環も構成しました。

以上のように伊山氏による高次 Auslander-Reiten 理論は Auslander と Reiten による“古典的”な理論から大きく飛躍し発展し始めています。 伊山氏の今後の研究の進展は多くの注目するところとなり、益々のご活躍が期待されています。

参考文献

- [1] Higher dimensional Auslander-Reiten theory on maximal orthogonal subcategories, Adv. Math. 210 (2007), no. 1, 22–50.
- [2] Auslander correspondence, Adv. Math. 210 (2007), no. 1, 51–82.
- [3] Fomin-Zelevinsky mutation and tilting modules over Calabi-Yau algebras (with I. Reiten), to appear in Amer. J. Math.
- [4] Mutation in triangulated categories and rigid Cohen-Macaulay modules (with Y. Yoshino), preprint, 2006, last modified on May 21, 2007.
- [5] Cluster tilting for one-dimensional hypersurface singularities (with I. Burban, B. Keller, I. Reiten), to appear in Adv. Math.
- [6] Cluster structures for 2-Calabi-Yau categories and unipotent groups (with A. Buan, I. Reiten, J. Scott), preprint, 2007.