授賞報告

2012年度代数学賞

2012年度代数学賞は，伊吹山知義氏（大阪大学大学院理学研究科），後藤四郎氏（明治大学大学院理工学研究科），金銅誠之氏（名古屋大学大学院多元数理科学研究科）の３名が受賞されました．

伊吹山知義氏　「ジーゲル保型形式とゼータ関数の研究」

伊吹山知義氏は概均質ベクトル空間の理論，およびジーゲル保型形式の理論において顕著な業績をあげています．

伊吹山氏は故・齋藤裕氏との共同研究において，n次の対称行列の空間からなる概均質ベクトル空間のゼータ関数を具体的に決定しました．このゼータ関数の研究は佐藤幹夫氏，新谷卓郎氏らにより研究が始められて以来，非常に難しいものと考えられていました．しかし，伊吹山氏と齋藤氏により，このゼータ関数が実はリーマンのゼータ関数などを用いて表される「やさしいゼータ関数」であることが示され，学界に衝撃を与えました．この証明のためにはゼータ関数の計算を Minkowski–Hasse の定理を用いて局所的な積分の計算に帰着するという方法が用いられます．この方法は他の型の概均質ベクトル空間にも広く応用が可能であることが斎藤氏によって示されています．

また，伊吹山氏はジーゲル保型形式に関して多くの研究を発表しています．特に，ジーゲル保型形式の次元公式における中心的冪単元の寄与を，概均質ベクトル空間のゼータ関数に関する結果を用いて具体的に書き表しました．十分レベルの大きい合同部分群においては次元公式への寄与は，これらの中心的冪単元の寄与以外にはないと予想されており，伊吹山氏と齋藤氏の結果は次元公式を本質的に書き表しているものと考えられます．伊吹山氏はジーゲル保型形式の次元公式を深く研究し，ウェイトの小さいジーゲル保型形式の空間の次元の上限と下限を与えました．また，ジーゲル保型形式の空間に作用する微分作用素を具体的に研究し種々のジーゲル保型形式の具体的な構成に役立てました．また，ある種の半整数ウェイトのジーゲル保型形式の空間とヤコビ形式の空間の間の具体的な同型（伊吹山対応，または伊吹山同型）を与えました．ジーゲル保型形式の研究には，それに付随する種々のディリクレ級数を考察することも重要ですが，伊吹山氏は桂田英典氏との共同研究において，実解析的 Eisenstein 級数，Klingen 型の Eisenstein 級数などの Koecher–Maass 級数を具体的に計算しました．

また，伊吹山氏は次数２の半整数ウェイトのジーゲル保型形式と，Sp(2) のコンパクト型の上の保型形式の間の対応について詳細な研究（一部は橋本喜一郎氏との

共同研究）を発表しています．さらにこの研究に関連して四元数型の２次のエルミート形式の類数を跡公式の手法を用いて計算しています．この類数が，有限体上の種数２の超特異代数曲線の個数と関係があるという結果（桂利行氏，F. Oort 氏との共同研究）もよく知られています．また，p を奇素数とするとき，F_p 上定義された種数３の代数曲線で，F_{p^2} 上の点の個数が Weil の評価の上限および下限を与えるようなものが存在することを，ある種の代数群の mass formula を用いて証明するなど興味深い結果を得ています．これらの研究は跡公式を用いたものですが，他にも跡公式の応用として，与えられた種に属する格子の自己同型群を原理的に計算する方法を与えています．

このような伊吹山氏の多岐にわたる優れた業績は代数学賞を受賞するのにふさわしいものです．

後藤四郎氏　「局所環および次数付き環の研究」

後藤四郎氏は可換環論の非常に広い分野において，非常に顕著な業績を挙げています．氏の膨大な業績の中から最も重要なものをいくつかを選ぶとすると，1. Blow-up 代数の研究，2. Buchsbaum 環の研究，3. 次数付き環の研究，4. 重複度の理論の精密化，となるかと思われます．

Blow-up 代数は環論的には Rees 環で，代数幾何学のブローイングアップは，Rees 環の Proj を取ることで得られます．Rees 環の環としての性質は構造が大変複雑であるために，ほとんど知られていなかったのですが，後藤氏は下田氏との共著の論文で，元の環が Cohen–Macaulay 環でないにもかかわらず Rees 環が Cohen–Macaulay 環になる例を与えたのを始めとして，Rees 環が Cohen–Macaulay 環になるための条件が随伴次数付き環の性質で記述できることなど，理論の核となるべき理論を構築しました．Rees 環は可換環論の中心的テーマの１つですが，後藤氏と下田氏，西田氏，中村氏などの共同研究者たちによって道が開かれたと言えます．また, Space monomial curve の Symbolic Rees 環が Noether 環にならない後藤–西田の例は大変単純に見える環から有限生成でない環が作れるという意味で大変衝撃的でした．この例は Hilbert の第 14 問題との関連で蔵野氏によってさらに発展されています．

Buchsbaum 環の概念は Cohen–Maculay 環の概念を拡張するものとして, Stükrad と Vogel によって導入されましたが，後藤氏は Buchsbaum 環の理論を整備し,「どんなパラメーターイデアルによるブローアップも Cohen–Macaulay スキームとなる」という特徴付け，重複度が 2 の Buchsbaum 環の構造の決定，与えられた不変量をもつ Buchsbaum 環の構成，正則局所環上の Buchsbau 加群の構造定理の重要な結果を与え，世界的に「Buchsbaum 環の理論の第１人者」と認められています．

次数付き環の理論は可換環論と代数幾何とを結びつける重要な理論です．後藤–渡辺の次数付き環の論文は，その基礎理論として重要な役割を果しています．局所コホモロジーの次数付き加群としての構造を記述する「後藤–渡辺の a-invariant」は世界での共通語となっています．上記に述べた Rees 環の理論でも，Rees 環が Cohen–Macaulay であるために随伴次数環の a-不変量が負であることが重要な条件ですし，有理特異点を特徴付ける不変量としても大変重要な役割を果しています．

また，射影多様体の「正則性」と次数に関する「Eisenbud–Goto 予想」を述べた Eisenbud との共著の論文は可換環論で最も頻繁に引用される論文と言えます．

局所環 R の極大イデアルに対する準素イデアル I の重複度の理論は可換環論において大変重要です．十分大きい N に対して，I^N の余次元を記述するのが Hilbert 多項式で，その最高次の係数が重複度 $e_0(I)$ ですが，低次の係数 $e_i(I)$ も重要な意味をもっています．この理論は 1950 年代に Auslander–Buchsbaum，Northcott，成田正雄などによる研究があった以後ほとんど 50 年間眠っていましたが，それをよみがえらせたのが後藤氏たちの研究で，パラメーターイデアル Q に対する $e_1(Q)$ によって環の Cohen–Macaulay 性を判定する Vasconcelos の予想や，$e_1(I) = 1$ となるイデアルに関する Sally の問題などを後藤–西田–大関の論文で解決しました．特に Sally 加群を再発見して応用するという画期的な方法は，この理論の基礎的な方法を与えたと言えます．

また，後藤氏は大変多くの共同研究者を持ち，可換環論の発展に対する貢献は非常に大きいものがあり，代数学賞に誠にふさわしいものです．

金銅誠之氏　「$K3$ 曲面の幾何と保型形式の研究」

代数曲面の双有理分類において，小平次元が零のものとして $K3$ 曲面とエンリケス曲面が現れる．これらの研究は 1970 年代にトレリ型定理が確立されることにより新局面を迎えた．金銅氏は，周期と格子の理論を応用してこれらを研究する大きな潮流の中で，自己同型とモジュライに関して新しい知見を与え続け，分野の発展に大きな貢献をした．主なものを幾つかを紹介する．

まず，金銅氏は学位論文（1986 年，Japanese J. Math.）において，双有理自己同型が有限個しかないエンリケス曲面の分類に成功した．双有理自己同型の個数が有限の代数曲面の分類は，$K3$ 曲面とエンリケス曲面を除いては解決していたが，エンリケス曲面に対しては 6 種の周期とその内の 2 種の具体例の記述が知られていただけであった．この状況で，金銅氏は独自の幾何的方法で 7 種に分類し，方程式による具体的構成と対応する鏡映群の基本領域を与えて，この問題を完全に解決した．

これとは反対に双有理自己同型が無限離散群になる場合の群構造についても金銅氏には多くの優れた研究がある．なかでも，クンマー 4 次曲面と呼ばれる特別な $K3$

曲面に関するクラインの問題の解決（1998 年，J. Algebraic Geometry）が著名である．クンマーは 19 世紀中葉に光線理論のモデルとしての直線の 2 次複体を研究し，焦点のなす曲面としてこの 4 次曲面を発見した．クラインはこの曲面の種々の双有理自己同型を構成し，それらでもって双有理自己同型群が生成されるかという問題を提起した．金銅氏は，階数 24 の Leech 格子に関する結果，とりわけ Leech ルート，を応用することによって，この問題を見事に解決した．クラインの知っていた双有理自己同型に Keum の発見した 1 種類（Hutchinson の見つけていたものでも良いことが後に判明）を付加することによって双有理自己同型群が生成される．これらの研究における氏の解決手法は，$K3$ 曲面やエンリケス曲面の自己同型に関する他の問題にも応用され続けていて，その独創性は高く評価されている．

モジュライに移ろう．偏極 $K3$ 曲面やエンリケス曲面のモジュライ空間は IV 型有界対称領域の算術的離散群の作用による商多様体として表される．これらの双有理構造を決定することは，代数曲線やアーベル曲面の場合と同様に基本的な問題である．金銅氏は，ある格子論的なトリックを用いることによって，エンリケス曲面のモジュライ空間が別の幾何的対象のモジュライ空間と双有理同値であることを示し，その有理性を証明した（1994 年，Compositio Math.）．また，幾つかの次数の場合に，偏極 $K3$ 曲面のモジュライの非有理性を示すことにも成功した（1999 年，Compositio Math.）．これは，Borcherds が構成した 26 変数の保型形式をモジュライに引き戻すことによって多重標準形式が得られるというもので，その後 Gritsenko 達が殆ど全ての次数で小平次元を決定する仕事に大きく道を開いた．

金銅氏は，最近の一連の論文において，Borcherds の保型形式論を応用して，レベル付の低種数曲線やエンリケス曲面等のモジュライ空間の射影モデルの構成を行っている．古典的な結果の再構成を行うとともに，これまで知られていない新しい射影モデルの構成にも成功しており，今後の発展が大いに期待される．

このように，現代的格子論と保型形式を応用した $K3$ 曲面とエンリケス曲面に関する金銅氏の業績は非常に著しく，代数学賞にふさわしい．

（代数学賞委員会委員長　向井　茂　京都大学数理解析研究所）