ものづくりにおける数学

キヤノン（株）解析技術開発センター　数理工学第三研究室
松谷　茂樹

2000 年以降，ハードウエア，ソフトウエア共に計算機技術は急速に発展し，やや乱暴な見方ではあるが，2010 年代のパーソナルコンピュータは 20 年前のスーパーコンピュータと呼ばれる計算機とほぼ同等の計算機パワーを持ち，2010 年代においてはノートＰＣでもある程度満足する数値計算を実行できる状況になってきている．それらを反映して市販ソフトウエアである計算機シミュレータも性能を上げ，90 年代半ばには国家プロジェクトと呼ばれた計算が容易にとは言えないまでも一企業で実施できるようになっている．

それらの背景を受け，多くの製品開発に計算機技術を利用しようとする動きが企業において活発になってきている．

キヤノンでは光学設計への応用の観点から 70 年代から計算機を活用してきており，90 年代初等より，開発設計現場において数値シミュレーションを利用する試みを行ってきた．本報告では，筆者が属するキヤノン数理工学研究部の事例を基に，ものづくりにおける数学の特徴について報告を行った．

上述の通り市販の汎用シミュレーションツールの性能，機能の向上は目覚ましいものがあり，求解の安定性や高速化も含め，大きな進歩が見られている．しかしながら，最先端のデバイスや材料開発においては，市販の汎用シミュレーションツールで計算するだけでは判らない事があり，筆者の属する部門では，デバイス・材料の物理現象の解析を原理的な立場から行っている．

1889 年にケルビンは「測定できなければ改善できない」「測定し，数値化できれば，科学になる」という趣旨の言葉を残したが，ある物理現象が数値として表現されるようになれば，機能の発現に向けた制御指針が立つこととなる．つまり，機能発現を改善するためには，「物理現象を数学により表現し，現象を予測できるようにすること」が求められる．その際，数学は言葉として極めて有用であると考えている．もちろん，ものづくりの開発現場における数学は，決してアカデミック的な視点から眺めた際には華美なものではない．が，科学技術の発展と共に従来無関係と思われていた数学が有用であったりする．本発表では，この視点にそって，ものづくりでの数学利用について報告した．

以下，情報科学とは直接関連しないものづくりの現場での数学利用の特徴を挙げる．

<u>ものづくりの数学利用の特徴</u>

１．製造業の研究開発の現場において，数学的検討は，社内の小プロジェクトの活動の中で実施される．小プロジェクトとは，それぞれのプロジェクトの目的や性質に応じて，メカ，電気，計測，合成化学等の数名～数十名の構成員によって構成される．

プロジェクトの中で，物理学科等の主に理論系の出身者がその構成員の一員として数学的検討を行うこととなる．その際，利用する数学的道具は様々なものがあり，個々の製品開発やその基礎研究等のプロジェクトの目標に向けて，数学的知識を利用して，解析を行う．

２．プロジェクトの性質に応じて利用する数学分野が選択されるため，必要とされる数学的知識は浅いが広範囲に渡る．初等微分方程式論，関数解析，数値解析，信号解析，画像解析，位相幾何，微分幾何，離散幾何，非線型方程式論，初等代数学，統計学，確率論等々である．必要となる数学を勉強しながら対応することが一般的である．

３．プロジェクト自身の計画に合わせ，数学的検討も回答期限を持つ．目的がはっきりしているため，目的に合致するものであれば可，そうでなければ不可という規範が明確であり，数学利用という立場では判り易い．

このような産業に直結した数学においては，以下のような動機づけがなされる．

<u>ものづくりの数学利用の際の動機づけ</u>

１．数学が実際の製品等に直結するため，実際に役立つことを実感できる．

２．ものを制御しようとすると，必ず知識が足りないことに気づき，必ずしも論文のテーマとなる程には華美なものではないが，新たな発見や見方を生む．

３．数学以外の目的を達成するためのプロジェクトを遂行するために数学を利用する立場で数学と対峙すると，場合によっては深遠な数学と関連する場合がある．

「動機づけ」の２と３は例えば，オイラーの梁の形状の研究が楕円積分や楕円曲線のモデュライの解析に結びついていたり，また，ガウスの光学の研究が数論の２次体のガウス括弧やシンプレクティック構造の研究と深く結びついていたりすることを考えると，驚くべきことではない. 18 世紀, 19 世紀に遡ると科学技術の現場で日常的にあった数学利用の，極めて浅い現代的なバージョンと考えて頂きたい[1].

製造業での研究開発への数学の利用という視点に立つと，有用であれば利用するので，応用数学が有用であることはいうまでもないが，純粋数学の幾つかの分野も有用な場合があり，従来のような純粋，応用数学の区別ではない位置付けがなされている．特に，21 世紀に入って，計算機の発展と，科学技術の高度化・抽象化・複雑化に対応して，純粋数学の視点が極めて有益であることがある．純粋数学が純粋過ぎて利用できないわけではない．

製造業での研究開発現場での課題の多くは機密性が極めて高く，同時に，得られた知見は，場合によってはアカデミックな視点からは面白さに欠け，論文に成り難いこともあり，公表されることは稀である．が，現代数学の様々ツールが，様々な形で利用されている．以下，大学での数学とものづくりの数学を表にまとめた．

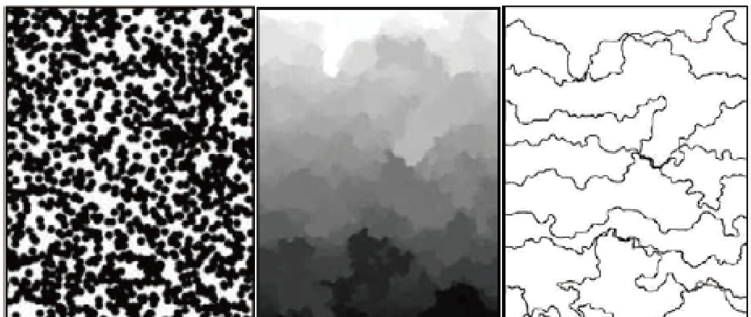
	大学での数学	ものづくりの数学
専門性	強い	多様
深耕性	深い	浅い，弱い
他分野との繋がり	弱い	強い
時間	長い	基本は短期
目的	個人の興味と世の中のため	プロジェクトのため
論文	執筆が仕事	機密のためと，論文としては面白くないため，多くは論文にならない
スタイル	手法先行	目的先行

本報告では，事例として以下の「パーコレーションの電気伝導について」と「計算流体力学での数学の利用」について述べた．

１．パーコレーションの電気伝導について

ここでは，ナノテクノロジーに関連する微粒子分散型の材料とパーコレーション理論で扱われる連続パーコレーション模型における電気伝導について述べた．

連続パーコレーション模型での電気伝導問題は，確率論と擬等角写像論との自然な融合という観点を持っているため，フィールズ賞にも関連する Schramm-Lawner-evolution などとの関連も示唆される．この問題を差分法により，近似的に解いた．差分法はこのような複雑系に対しての計算精度は極めて低く，特に転移点の周りでは収束性もやや怪しい振る舞いを呈するが，その特徴自体は，計算により得ることが可能である．アカデミックレベルで眺めた際には避けて通るべき手法であるかもしれないが，プラグマティックな視点に立つことで，近似計算は意味を持つ．その計算結果を基に理論考察することで，実際の材料開発においては有益と思われる情報と，数学的にも深い知見を得ることができた[2].



(a)　(b)　(c)

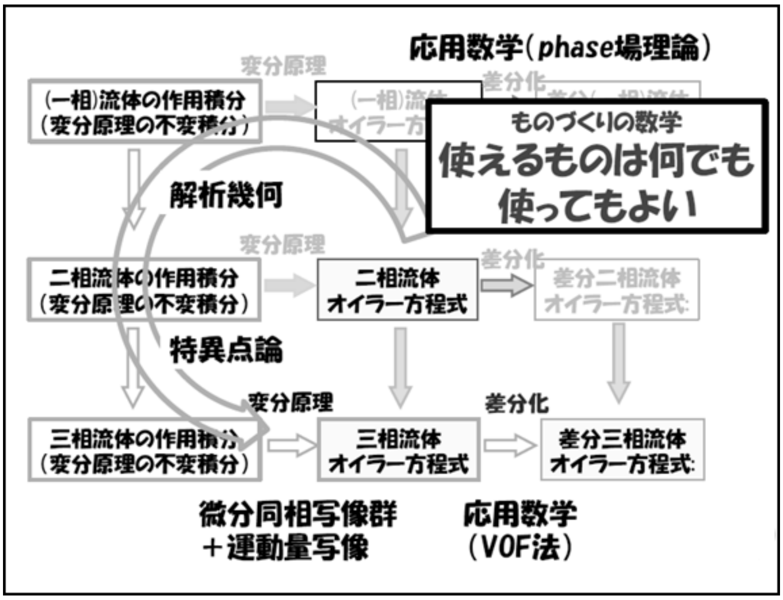
パーコレーションの電気伝導の図

(a) 微粒子系，(b)電位分布，(c)等電位線

２．計算流体力学でのアルゴリズムにおける数学について

流体計算アルゴリズムでは三相流体のフェーズ場理論での計算の例について述べた．こ

れは，インクジェットプリンターでの流体計算に関わるものである．空気，壁，流体の三相界面が，特異点論の最も単純なコーン型特異点になることから，特異点のあるオイラー方程式の導出することが数理的な目標であった．既によく知られていた二相流体のフェーズ場理論を三相に拡張するのであるが，特異点の取り扱いが困難であった．それを，図２に示すような経路に従って，広範囲な数学を（浅くはあるが）広く利用することで導出した[3].



拡張の際のフロー

製造業の研究開発の現場での数学的検討を行うためには，単一の専門分野の知識のみで対応することは困難な場合が多い．キヤノンでは数学（正確には広い意味の理論）と現場の課題を結びつけるインタープリターとして担当者自身が，両者を理解し課題解決を行っている．従って，機密も含めた企業での実課題は，企業側で対応することが現実的ではあると考えている．しかし，21 世紀に入って，計算機の発展と，科学技術の高度化・抽象化・複雑化に対応して，今後，応用数学と純粋数学の活用がますます求められている．その意味でも応用・純粋の区別なく広い意味での数学の発展が強く期待されている．それらの発展が製造業の研究開発の現場においても力を発揮するものと考えている．

参考文献：

[1] 松谷茂樹　線型代数学周遊　ー応用をめざして　現代数学社　2013 年 11 月発行

[2] S. Matsutani, Y. Shimosako, Y. Wong, *Fractal structure of equipotential curves on a continuum percolation model*, Physica A **391**（2012） 5802-5809 .

[3] S. Matsutani, K. Nakano, K. Shinjo, *Surface tension of multi.phase flow with multiple junctions governed by the variational principle*, Math. Phys. Analy. Geom. 14（2011） 237-278 .