

# 書 評

## データを正しく見るための数学的思考—数学の言葉で世界を見る

ジョーダン・エレンバーグ 著, 松浦俊輔 訳

日経 BP 社, 2015 年\*

大阪大学大学院理学研究科

杉田 洋

本書は、邦題からも想像できるように、統計学の正確な知識を一般市民の常識にまで高めたい、ということが大きなテーマになっている。統計学の不十分な知識がデータの意味を読み取る際の誤解に繋がることはきわめて多い。間違いを犯さないようにするために統計学の常識を市民が拡張しておくことは民主主義の世界において重要である。昨今、わが国でも高校数学において統計の学習の強化が図られているが、その理由として本書にあるような例はととても説得力があり、これが如何に重要な課題であるかがよくわかる。

さて本書は沢山の興味深いエピソードを散りばめた賑やかな本である。一つひとつのエピソードは不可思議な現象の紹介から始まり、その謎解きへと進む。たとえば第12章は「飛行機に乗りそこねることが全然ないと、空港で過ごす時間が多くなり過ぎる」というスティグラー (1982年ノーベル経済学賞受賞者) の格言で始まる。思わず「読み間違えたかな」と見返してしまう。そして読者は理詰めで犯人を追い詰める推理小説を読むような楽しみを味わうことになる。多く推理小説のように事件の背景や登場人物の人物などについても詳しく書かれていて興味が尽きない。翻って評者は、そんな面白い話の数々を紙面で披露したい衝動に駆られるが、真犯人を公開するようなことはできないので、いま強い葛藤に苛まれている。

しかしこの本に書かれているのは架空の小説ではない。荒唐無稽に見えても書かれているのは事実である。そのうちの幾つかは深刻ですらある。第9章は「国際腸ト(ちょうぼく)ジャーナル」という風変わりなタイトル(訳者の苦勞が偲ばれる)で、その内容は専門家にはお馴染みのことだろうが、統計学に疎い者には衝撃的である。フィッシャー流の統計的検定の結果は小さい確率ではあるが必ずしも正しくないという事実が科学全体を誤った方向に導き得ることを示している。また、フィッシャー流の統計学と双璧をなすベイズ流に対しても著者は相関関係を因果関係のように捉えてしまう誤解に容赦ない警鐘を鳴らす。そのことが書いてある第16章のタイトルは「肺がんは喫煙の原因なのか」である。このほかにも本書には統計学における間違いやすい数字の読み方が豊富な実例とともに紹介される。本当にデータを正しく見ることは難しい。

統計学が本書の大きなテーマであることは事実であるにせよ、著者の真の思惑はじつは別の所に存在しているように評者には感じられる。著者は「数学をすることはどうい

\*原著 Jordan Ellenberg 著, “How Not to Be Wrong—The Power of Mathematical Thinking”, Penguin Books, 2015

とか」を説明しようと試みているのだ。それは簡単なことではなく具体的な事例を挙げて、数多の物語の中に想いを散りばめることでやっと可能になるようなことである。たとえば、この本に書いてある様々な謎解きを読み進めているとき、その論理の糸を手繰り寄せるとき、読者は数学をしているのである。著者の真の目的のためには必ずしも統計学が主たるテーマである必要はなかった。ただ、著者としては万人に理解して貰うために統計学を選んだに過ぎないのではないだろうか。だから評者は原題に比べて邦題の方が統計学をより意識したものになっていることに少し違和感を持っている。実際、ウェブページ <http://www.jordanellenberg.com/> を見ると、原著に関する書評がいくつか掲載されているが、どれとして統計学を意識して述べているものはない。本のタイトルというものが読者の意識を注ぐポイントに大いに影響することが分かる。

統計学に限らず、人は思い込みや誤りを繰り返してきた。一見、正しいと思われることこそ、我々は「それは本当に正しいのか」と疑わなければならない。最終第 18 章では有名な平行線の公理に関する数学者の格闘が書かれている。そして非ユークリッド幾何学の発見が感動的に描かれている。さらに数学の中でも最も深遠な「公理系の無矛盾性の証明」に非常に秀でた数学者たちが格闘する姿が展開される。間違わないことを徹底するのがどんなに困難なことか、いや不可能なことか、が説明される。

「数学的思考法が数字を読み解く際の間違わないために役立つ」といくら主張しても、そして「数学をすることはどういうことか」を語り尽くしたとしても、数学のもたらす悦びについて、著者はその想いを断つことはできず、随所でその想いを吐露している。7 枚のくじの最適な数字の組み合わせと、誤り訂正情報を最適に組み込んだハミング符号が、ともに最小の幾何学「ファノ平面」によって記述できることを理解するとき、その思いも掛けない出会いに数学の悦びを感じるのである(第 13 章「線路が会うところ」)。著者は言う、数学的理解の感覚とは「何がどうなっているかを突然知って、頭から爪先まで達する全面的な確信を抱くこと」だと(エピローグ—正しくする方法)。また数学をすることは悦びであること以前に、自分の精神を健全に保つための基盤である、と著者は言う。それも次のような簡潔な表現で(第 12 章):「数学は、自分より大きく、自分より前からあり、自分がいなくなってもある宇宙と直接につながらせてくれる。数学をしなかったら、私はおかしくなるかもしれない。」これはきわめて個人的な心の深淵から発せられた独白であり、真摯な数学者としての本音であろう。とても共感した。

評者の専門が確率論であるので、せっかくだから本書にある確率論の話題について二つばかりコメントをさせて欲しい。まず、先に挙げた第 12 章には「ペテルスベルグの賭け」の問題が紹介されている。硬貨を表が出るまで投げ続ける。そして第  $k$  回目に表が出たら  $2^k$  円受け取る、という賭けを考える。このとき、この賭けの参加料はいくらにすればよいか? 一般的な解決法によれば、受け取る賞金の期待値を参加料とすれば公平になる。しかしその期待値を計算すると無限大である。では 100 万円支払ってこの賭けに参加することが実際的だろうか? この問題の提唱者であるダニエル・ベルヌーイ

は「効用」の概念を導入し、期待値が人の行動の基準として必ずしも適切ではない、という主張を行った。本書ではそこまでしか書いてないが、じつは後日談がある。20世紀(1937年)になってフェラーが平均の発散する場合の大数の弱法則という形でこれを解決したのである [2].

その前の第11章には「ビュフォンの針」という確率論の古典的問題に関するバルビエの証明が紹介されている。これについては知らなかったのでも勉強になった。評者はこれを読んですぐに「ルーローの三角形(もっと一般には定幅図形)の周囲の長さは直径を  $d$  とするとき、円と同じ  $\pi d$  である」という事実に気が付いた。しかし調べてみると、これは微分幾何学でよく知られた事実であり、何とそれこそ「バルビエの定理」と呼ばれる定理だった。微分幾何学の教科書(たとえば小林 [1])にあるバルビエの定理の微分幾何学的証明は初等的なものとはいえ直感的なものではない。一方、バルビエのオリジナルの確率論的証明は自明と言えるほど直感的で魅力的である。

ところでまだ大事なことを述べていなかった。いったい本書はどんな読者を想定して書かれたのだろうか。話題としては政治経済の事例に基づくものが多いことから、また技術的にはさほど高度でないことから、数学から縁遠い文科系の学生あたりが中心的な読者として想定されている、と見るのが自然かもしれない。しかし評者は読者としてはじつは大学の数学教員を想定している、と敢えて言いたい。実際、本書の話題はどれも大学数学の初年度一般教養科目の題材として断然使える!

とても面白い本書だが、近ごろ分厚い本を通読することから遠ざかっていたので評者には本文 660 ページは長かった。各章は独立しているようでじつは様々に絡み合っており、つまみ食いでは却ってもったいないので、長いけれどぜったい最初から通読することをお薦めする。

#### 参考文献

[1] 小林昭七, 曲線と曲面の微分幾何(改訂版), 裳華房(1995).

[2] W.Feller, An introduction to probability theory and its applications, 3rd ed., Vol.1, § X.5., Wiley(1968).